UNIVERSIDAD PANAMERICANA

FACULTAD DE FILOSOFÍA

"EL ESTATUTO ONTOLÓGICO DE LOS OBJETOS GEOMÉTRICOS EN PROCLO"

T E S I S   P R O F E S I O N A L

Q U E   P R E S E N T A

GUILLERMO JAVIER RUZ TRONCOSO

P A R A   O B T E N E R   E L   T Í T U L O   D E:

MAESTRA EN FILOSOFÍA ANTIGUA

DIRECTOR DE LA TESIS:

JOSÉ ALBERTO ROSS HERNÁNDEZ

CIUDAD DE MÉXICO 2018

EL ESTATUTO ONTOLÓGICO DE LOS OBJETOS GEOMÉTRICOS EN PROCLO

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN

La actitud filosófica hacia Proclo ha cambiado de manera positiva en los últimos veinte años. Basta con ver el incremento en el número de trabajos y traducciones que se han realizado sobre él durante esta década para darnos cuenta de este hecho. Esto puede verse gracias a los trabajos de Nicoletta Scotti Muth "*Proclo negli ultimi quarant' anni*" (Muth 1993) y Pieter d'Hoine en conjunto con la Universidad Católica de Lovaina (UCL)[1] quienes han realizado el esfuerzo por presentar cada uno en diversas etapas del siglo XX y XXI una recolección de las obras, monografías y artículos más relevantes sobre Proclo. Si tomamos el trabajo de Pieter d'Hoine como ejemplo, durante 1990 se registraron veintiún trabajos realizados, mientras que en 2016 se registraron sesenta y tres. De igual manera podemos hablar de la empresa de Christoph Helmig[2] en conjunto con la UCL para presentar las traducciones a las obras de Proclo desde principios del siglo XX hasta ahora, donde se aprecia que estas traducciones se han realizado o reeditado en un lapso menor. Por último, podemos referirnos también a las introducciones de varios trabajos y traducciones sobre Proclo y su obra, en donde se trata de presentar a este pensador no como un mitófilo y un filósofo que únicamente repitió lo que otros más valiosos que él dijeron, sino como un pensador agudo y sistemático (Morrow 1992; Siorvanes1997).[3]

También sobre el *Comentario al primer libro de Euclides* (*In Eucl.*) han aparecido una gran cantidad de artículos y libros que han realzado el valor de esta obra por presentar la asimilación del estudio de las matemáticas en el currículum neoplatónico. El interés académico con respecto a esta obra se ha vertido principalmente en desarrollar a profundidad el sistema epistemológico de Proclo

---

[1]Cf. Proclus Bibliography. Consultado el 02/04/17, de http://hiw.kuleuven.be/dwmc/ancientphilosophy/proclus/proclusbiblio.html.

[2]Cf. Editions and Translations Proclus. Consultado el 02/04/17, de http://hiw.huleuven.be/dwmc/ancientphilosophy/proclus/proculsed.html.

[3] Sobre un resumen de esto recomiendo la introducción de E.R. Dodds (*ET.* 1973) a los *Elementos de teología* de Proclo y el trabajo de Reviel Netz (Netz 1999) sobre la división de las proposiciones geométricas en *In Eucl.*

dentro del marco general de su filosofía; tanto para darnos una visión de la adquisición del conocimiento en general, como específicamente en su filosofía de las matemáticas. Este esfuerzo posee el objetivo principal de unificar sus obras y *comentarios* en un sistema coherente que nos permita observar la totalidad más que las partes, en el cual problemas como: la adquisición de conceptos, la relación entre la razón discursiva y la intelección, el papel de la reminiscencia y la jerarquización de las ciencias, han sido respondidos y pueden responderse a través del estudio del *In Eucl.*, por lo que el valor de este *comentario* no se basa únicamente en ser la obra de filosofía de las matemáticas más importante de la antigüedad (Heath 1981; O'Meara 1990; MacIsaac 2014), sino que además nos permite vislumbrar cómo es que se desarrolló históricamente el pensamiento platónico a partir de la asimilación del aristotelismo y el neopitagorismo en los últimos días de la filosofía platónica, y también comprender la evolución de la geometría y sus problemas en la antigüedad tardía. Esto último gracias al reporte que Proclo realiza a lo largo de su obra, en donde procura no solo desarrollar una historia de esta ciencia, al considerar en diversas ocasiones qué es lo que varios autores sostenían sobre determinados problemas y sus soluciones (Harari 2006; Heath 1981), sino que además presentó el modelo de división en seis partes de una proposición geométrica, modelo que se sigue utilizando hasta nuestros días (Mueller 1991, Netz 1999).[4]

Las obras que considero más relevantes y con las cuales he compuesto mi investigación son las siguientes, Jhon Dillon (Dillon 2013) dedica un capítulo de su obra "*Studies on Plato, Aristotle, and Proclus"* a presentar la filosofía de las matemáticas de Proclo, en donde exalta el valor de las matemáticas en la interpretación de este autor, al considerar el método geométrico de Euclides como el paradigma científico que posteriormente Proclo utilizó como inspiración para la formulación de sus *Elementos de teología*. Dominic O'Meara (O'Meara 1990; junto con otros Dillon 2013; Heath 1981; MacIsaac 2014; Harari 2006), argumenta por el

[4] Un claro ejemplo de ello es la obra de Ian Mueller "*Philosophy of Mathematics and Deductive Structure In Euclid's Elements"* donde presentará las proposiciones de Euclides a partir de esta división.

doble valor de este trabajo: históricamente es la obra más importante de la filosofía de las matemáticas antiguas y muestra además como las matemáticas tienen un valor significativo en relación con la teología y la física en el sistema de Proclo. Lo cual muestra el esfuerzo por sincretizar las lecturas pitagóricas y platónicas en un solo sistema. A su vez, Gregory MacIsaac (MacIsaac 2001A; 2001B; 2014) argumenta que en el estudio de este *comentario* podemos observar una de las obras epistemológicas más importantes de este autor, donde detallará extensamente la función de la reminiscencia para la adquisición del conocimiento.

El trabajo de Marjie Martijn (Martijn 2010) es importante, pues aun cuando se trate de una exposición sobre el *Comentario al Timeo* (*In Tim.*), en su obra encontramos una de las mejores exposiciones sobre la relación entre las matemáticas y la fisiología, al presentar una descripción cuidadosa de la *metábasis* y la analogía en el sistema ontológico y epistemológico de Proclo. Lucas Siorvanes (Siorvanes1997), por su parte, presenta una lectura amplia del sistema de Proclo que permite ver cómo cada una de las partes se relaciona con las demás, haciendo hincapié en la división de la realidad entre Intelecto, Alma y Mundo. La obra de Annick Charles-Saget (Saget 1982) se enfoca en explicar la interacción entre las matemáticas y la ontología de Proclo al mostrar cómo existe entre ambos una estructura lógica común. Christoph Helmig (Helmig 2012) si bien no se enfoca en el problema de las matemáticas durante el *In Eucl.*, muestra a detalle la formación de conceptos en Proclo y un análisis de los elementos a partir de los cuales la razón discursiva opera según su doctrina. Orna Harari (Harari 2004; 2006) se encamina su estudio hacia el problema del conocimiento de los universales, mostrando en el sistema matemático de Proclo cómo es posible obtener un conocimiento universal en la ciencia matemática a partir de las hipótesis. La obra de Philp Merlan (1960) muestra la relación entre las matemáticas y el Alma en Jámblico y Proclo, señalando las dificultades que se siguen de la interpretación de las matemáticas como intermedias entre el Intelecto y los sensibles durante el neoplatonismo. Todo esto con la finalidad de mostrar una lectura armónica entre Platón y Aristóteles. Por último, el trabajo de

Alain Lernould (Lernould 2010) que recoge una antología de textos que permiten el estudio del *comentario* a partir de problemas claves en la obra.

Si bien la obra del *In Eucl.* posee gran valor para la doctrina epistemológica de Proclo, es importante comprender que desgraciadamente el panorama completo no podrá ser reconstruido, pues muchas de las obras de este autor se han perdido, impidiéndonos obtener la imagen completa de su pensamiento; ya que de las sesenta y dos obras que él escribió, sabemos que cinco no son de su autoría y treinta y seis están perdidas, dejándonos con menos de la mitad de sus trabajos. Por lo que, de las veintiún obras restantes, se ha vuelto muy relevante el estudio de la interrelación entre ellas con la finalidad de aproximarnos lo más posible a lo que pudo haber sido su doctrina. Para terminar, hay que remarcar que a través del estudio y la recuperación de la obra de Proclo existen actualmente dos movimientos que tratan de mostrar el modo correcto de situar el pensamiento del último diádoco en la tradición platónica. Unos (Gerson 2005; 2013; Merlan 1960), como es el caso de Gerson ven en Proclo a un filósofo que trató de sintetizar el pensamiento de Platón y Aristóteles en uno solo, esto es, la armonización de los principios fundamentales de sus doctrinas, y en donde el esfuerzo académico se ha volcado en mostrar cuál debe ser la lectura correcta de Platón y Aristóteles a partir de autores secundarios como Proclo. En cambio, otros, como es el caso de Christoph Helmig (Helmig 2007; 2012; 2014; Harari 2006), negarán la posibilidad de una lectura armónica entre ellos a partir del estudio comparativo del pensamiento de sus sucesores con la finalidad de mostrar que éstos siempre se decantaron por una doctrina o la otra; rechazando así la posibilidad de una visión armónica entre los fundadores de la Academia y del Liceo.

Durante mi investigación trataré de mostrar dos aspectos fundamentales de la filosofía de las matemáticas de Proclo. Primero, cuál es el estatuto ontológico de los objetos matemáticos, así como las matemáticas y en específico a la geometría como ciencias hipotéticas. Esto a partir de la procedencia de esta doctrina del símil de la línea dividida de *República* VI de Platón, en donde encontraremos no solo las bases para establecer la posición de dichos objetos dentro del marco general de una ontología. Segundo, también ubicaremos elementos fundamentales para la elaboración de dicha doctrina en Proclo como, por ejemplo, la correspondencia entre los modos de conocimiento y los objetos del conocimiento, la facultad que propiamente se encarga de los objetos matemáticos y cuál es el método propio de dicha actividad. También problemas que a mi parecer se heredan directamente de dichos pasajes, como el conocimiento de los principios matemáticos necesarios para el desarrollo de la ciencia matemática, y otros que se siguen de la interpretación realizada por Proclo del símil, como son la noción de los objetos matemáticos como imágenes y la interpretación de la intelección-en-el-alma como distinta a la intelección del Intelecto. Tercero, la relevancia de las matemáticas para la filosofía, ya que por las características que poseen las ciencias matemáticas deben entenderse como un método pedagógico, pero también existe la necesidad de dar cuenta de estos contenidos para poder explicar ciertos aspectos de la realidad como son el alma y el estudio de la naturaleza. A partir de esto trataré de exponer la filosofía de la geometría de Proclo, pues en ella se mostrará un avance en el desarrollo de la filosofía de las matemáticas que no encontraremos ni en Platón ni en Aristóteles, a saber, la construcción como parte fundamental de la demostración geométrica y no solo como una ayuda para la comprensión de la geometría.

Para realizar esto mi investigación se dividirá en tres capítulos. Durante el primero, presento el problema del fundamento de las matemáticas a partir de la exposición de Aristóteles sobre la división de las ciencias teoréticas, lo que me permitirá esbozar a grandes rasgos cuáles son los problemas principales que se deben tratar al momento de describir una filosofía de las matemáticas. Esta exposición, además, nos permite observar uno de los grandes problemas que se discuten actualmente con relación al platonismo, a saber, si existe una armonía o no entre las doctrinas de Platón y Aristóteles. Hay que resaltar que a lo largo de esta investigación encontraremos un gran número de conceptos que aparecieron primero en Aristóteles, o que aparentemente son de origen aristotélico y que sin embargo al ser utilizados por Proclo, y en general por el neoplatonismo, poseen un sentido distinto al que podemos encontrar en el estagirita en lo que Christoph Helmig llama *Aristóteles contra Aristóteles mismo.* Después, partiendo del símil de la línea dividida describiré la teoría general de filosofía de las matemáticas que Platón presentó durante *República* con la que se inspiraron durante el neoplatonismo para desarrollar su propia teoría. Para ello, describiré brevemente la división de los modos del conocimiento y sus respectivos objetos, para después reconstruir las propiedades de la ciencia matemática a partir de la comparación con la ciencia dialéctica. Por último, desarrollaré el problema de la ciencia matemática como hipotética a partir de la reconstrucción antes mencionada, pues es ésta a la que Proclo deberá dar solución.

Durante el segundo capítulo describiré la doctrina de los objetos matemáticos en Proclo. Presentando primero el estatuto ontológico de los objetos matemáticos, para comparar lo dicho por el diádoco con aquello dicho durante el capítulo primero. En segundo lugar, explicaré, a partir de la regla de correspondencia entre objeto y facultad, qué modo de conocimiento es el que Proclo les otorga a las ciencias matemáticas y cómo dicha facultad permite el conocimiento matemático. Una vez realizado esto desarrollaré la filosofía de la geometría de Proclo, en donde señalaré el problema de asignar únicamente a la razón discursiva como facultad para adquirir el conocimiento matemático, decantándome por el binomio razón discursiva más imaginación como la doctrina de Proclo que explica cómo es que es posible la construcción de los objetos matemáticos. Esto nos permitirá, además, distinguir entre el ser matemático propiamente y el objeto matemático. Por último, y para desarrollar la teoría geométrica de Proclo como un constructivismo platónico, describiré el rol de la participación como garante de las construcciones geométricas gracias a la teoría de la imaginación.

En el tercer y último capítulo, retomo las tesis del capítulo anterior para ubicar a las ciencias matemáticas como hipotéticas a partir de la reformulación de la crítica platónica expuesta durante el primer capítulo y la doctrina epistemológica que se explicó durante el segundo. A partir de esto, compararé a la ciencia dialéctica y a la ciencia matemática con el fin de describir con mayor atención la diferencia entre la ciencia no-hipotética y las ciencias hipotéticas. Lo que me permite situar a las matemáticas dentro del currículum filosófico, señalando por un lado la importancia pedagógica de estas ciencias para la educación filosófica y la utilidad que nos otorga para el conocimiento de la naturaleza, con lo que se reafirmará el carácter jerárquico de la realidad en la doctrina de Proclo, lo que hará más visible la crítica de Proclo a la inducción. Por último, mostraré que el desarrollo de la ciencia geométrica como hipotética es lo que posibilita que las proposiciones de Euclides posean un carácter deductivo, aun cuando sean construcciones de instancias particulares.[5]

[5] Quiero destacar que las traducciones realizadas a lo largo de esta obra fueron realizadas por mí, apoyándome en las traducciones de otros autores para corroborar que fueran correctas. Por lo que de este esfuerzo, si hubiera algún error en la traducción es mío y no de las obras en las que me apoyé.

Capítulo I El fundamento de las matemáticas

Durante este capítulo desarrollaré los problemas principales a los que Proclo se enfrenta durante su *Comentario al primer libro de Euclides*; a saber: a) el problema de la sustancia matemática, es decir, qué tipo de realidad es y cómo llegamos a conocerla. Para ello, utilizaré la obra de Philip Merlan "*From Platonism to Neoplatonism*" para describir la división de las ciencias teóricas en Aristóteles, pues la interpretación de Merlan sobre la evolución del pensamiento aristotélico y cómo éste afectó su comprensión de las ciencias teoréticas me es útil para mostrar el primer punto. Si bien reconozco que existe un problema en la interpretación de Merlan,[6] o, mejor dicho, no es la única, no veo relevante para mi exposición el dar cuenta de la obra de Schwengler[7] ni los problemas y autores que siguen o critican su lectura. La razón de ello se debe a que, en todo caso, mi tesis quedará igual; a saber, desde inicios del platonismo, esto es, con Platón y Aristóteles, ya existía el problema de comprender a qué tipo de substancia se refería el matemático, ya sea como una abstracción de los individuos o como un ente separado de ellos. b) El problema del tipo de conocimiento matemático, aunque existen discusiones acerca

[6] Basándose en la corrección que Schwengler realiza sobre el pasaje de *Metaph.* E 1026a10-16, Philip Merlan argumentará en favor de una lectura evolutiva en el pensamiento de Aristóteles. En donde la división de las ciencias teoréticas es un resabio de su estancia en la Academia y que, por lo tanto, solamente puede ser comprendido bajo la luz de un Aristóteles platónico, lo que resulta en una tripartición de la substancia. Una interpretación contraria a ésta la podemos encontrar en Cleary (1994).

[7] La obra de Schwengler "*Die Metaphysik des Aristoteles*" gira en torno a la traducción del pasaje de *Metaph* E 1026a10-16, este término y las consecuencias que de su interpretación se siguen, ha sido estudiado a profundidad por Cleary (1994), White (1993), Helmig (2012) y Bäck (2014), cuyos estudios se centrarán en la lectura del término χωριστός y en donde existe desacuerdo en la comprehensión del término entre separación ontológica, o separación ontológica y separación lógica, es decir, que tanto las substancias que estudia la filosofía primera, las matemáticas y las físicas, son estudiadas según el grado de separación de la sustancia, o únicamente las sustancias que estudia la filosofía primera cara a las físicas muestran un grado de separación en la sustancia; mientras que la física y las matemáticas se distinguen según el modo de aproximarse a su objeto, siendo ambas estudios sobre la misma realidad. Merlan se decantará por la segunda lectura, y tratará de mostrar cómo ésta doble noción es disruptiva al momento de realizar la división a partir de dos criterios y no sólo uno, a diferencia, por ejemplo, de Cleary (1994).

del origen de la deducción matemática, su relación con la deducción filosófica y el estatuto de las diversas ramas de esta ciencia,[8] veremos durante el estudio del símil de la línea dividida de *República* el problema del desarrollo de la actividad matemática, específicamente el problema de las hipótesis, y cómo, cara a la dialéctica, parecen otorgarnos un conocimiento inferior a éste. Para ello, utilizaré los trabajos de Reviel Netz, Hugh Benson e Ian Mueller con el fin de exponer el símil, y desarrollar los problemas antes mencionados.

1. Introducción al problema del fundamento de las matemáticas de acuerdo con la subdivisión de las ciencias teoréticas

El estatuto ontológico de las matemáticas en el platonismo ha sido un problema que puede rastrearse hasta sus orígenes. Aunque éste no se ha encontrado siempre de manera explícita, la discusión sobre la naturaleza de los objetos matemáticos se puede apreciar en el trasfondo de la doctrina de Platón y Aristóteles. Discusión que usualmente en filosofía se estudia a partir de la división de las ciencias teoréticas -teología o filosofía primera, matemáticas y física-. Philip Merlan (Merlan 1960) dedicó un capítulo entero de su obra a mostrar la evolución de las divisiones de la filosofía teorética de Aristóteles, explicando cómo en él se puede reconstruir dicha división solamente a partir del platonismo de la Academia y la transformación que sufrió esta doctrina a lo largo del progreso del pensamiento del estagirita. Las referencias directas al primer momento en la doctrina aristotélica, y la más afín al pensamiento de Platón, las encontramos a lo largo de *Metaph*. A 987b14-18; A 987b23-29; Z 1028b19-21 y K 1059b6-8. En donde podemos ver el reporte por parte de Aristóteles de la tripartición de acuerdo con la doctrina de Platón y los pitagóricos, y en donde se sitúan a los objetos matemáticos *entre* (μεταζύ) las Formas y los objetos sensibles.[9] Tal división, hay que destacar, se muestra únicamente como una

[8] Esta relación entre matemáticas y filosofía la podemos encontrar en obras como la de O'Meara (1990) y Netz (2003).

[9] De igual manera se puede rescatar esta suposición a partir de las críticas de Aristóteles a la teoría de las formas a lo largo de *Metaph. 1086b6-7; Phys.* 193b35-194b1

noticia en la cual poco o nada tiene Aristóteles que agregar. Pero que aun así nos resulta valiosa históricamente puesto que nos permite ver a una de las dos doctrinas que llegarán hasta el neoplatonismo.[10]

> *Además, a parte de las cosas sensibles y las Formas él dice que están los objetos de las matemáticas, que ocupan una posición intermedia, diferenciándose de las cosas sensibles por ser eternas e inmutables, de las Formas en que hay muchas iguales, mientras que la Forma en sí es en cada caso única. (Metaph.* A 987b14-18*).*[11]

> *Pero él está de acuerdo con los pitagóricos en decir que el Uno es substancia y no un predicado u alguna otra cosa; y en decir que los números son las causas de la sustancia de otras cosas también está de acuerdo con ellos; pero postular la diada y construir el infinito a partir de lo grande y lo pequeño, en vez de tratar al infinito como uno, es peculiar de él; y así como en su visión de que los números existen a parte de las cosas sensibles, mientras que ellos dicen que las cosas mismas son números, y no colocan a los objetos matemáticos entre las Formas y las cosas sensibles.(Metaph.* A 987b23-29*).*[12]

> *Platón postuló dos tipos de substancia -Las Formas y los objetos matemáticos- como también un tercer tipo, este es, la sustancia de los cuerpos sensibles. (Metaph.* Z 1028b19-21*).*[13]

---

[10] Más adelante, expondremos a detalle esta doctrina a partir de la obra de Platón, a saber, *República* VI y VII donde podremos ver la identificación entre los tipos de ser y las ciencias que respectivamente estudiarán a cada uno.

[11] Las traducciones de Aristóteles se basan en la revisión de la obra de David Ross : ἔτι δὲ παρὰ τὰ αἰσθητὰ καὶ τὰ εἴδη τὰ μαθηματικὰ τῶν πραγμάτων εἶναί φησι μεταξύ, διαφέροντα τῶν μὲν αἰσθητῶν τῷ ἀΐδια καὶ ἀκίνητα εἶναι, τῶν δ' εἰδῶν τῷ τὰ μὲν πόλλ' ἄττα ὅμοια εἶναι τὸ δὲ εἶδος αὐτὸ ἓν ἕκαστον μόνον.

[12] παραπλησίως τοῖς Πυθαγορείοις ἔλεγε, καὶ τὸ τοὺς ἀριθμοὺς αἰτίους εἶναι τοῖς ἄλλοις τῆς οὐσίας ὡσαύτως ἐκείνοις· τὸ δὲ ἀντὶ τοῦ ἀπείρου ὡς ἑνὸς δυάδα ποιῆσαι, τὸ δ' ἄπειρον ἐκ μεγάλου καὶ μικροῦ, τοῦτ' ἴδιον· καὶ ἔτι ὁ μὲν τοὺς ἀριθμοὺς παρὰ τὰ αἰσθητά, οἱ δ' ἀριθμοὺς εἶναί φασιν αὐτὰ τὰ πράγματα, καὶ τὰ μαθηματικὰ μεταξὺ τούτων οὐ τιθέασιν.

[13] οἱ δὲ πλείω καὶ μᾶλλον ὄντα ἀΐδια, ὥσπερ Πλάτων τά τε εἴδη καὶ τὰ μαθηματικὰ δύο οὐσίας, τρίτην δὲ τὴν τῶν αἰσθητῶν σωμάτων οὐσίαν.

> *Quiero decir que ellos colocan a los objetos de las matemáticas entre las Formas y las cosas perceptibles, como una tercera clase de cosas a parte de las formas y las cosas en este Mundo. (Metaph*. K 1059b6-8*).*[14]

En otros pasajes, como son *Phys.* 193b22-194a1 y *Phys*. 194b10-15, podemos ver una actitud más crítica por parte de Aristóteles, pues si los comparamos con *Metaph*. E 1026a6-19 en donde Aristóteles parece dudar sobre si esta división es o no verdadera: "*Las matemáticas también son teoréticas, pero que sus objetos sean inmóviles y separables de la materia, no es ahora claro* (νῦν ἄδηλον)"[15], los pasajes de la *Física* mostrarán la distinción realizada por Aristóteles entre separar en el pensamiento y los entes que se encuentran ellos mismos separados:

> […]*por eso los separa* [el matemático]*, pues en el pensamiento son separables del movimiento, y no hace ninguna diferencia y tampoco incurre en el error. Los que hablan de las Formas hacen lo mismo, aunque no están conscientes de ello, pues separan los objetos de la naturaleza, que son menos separables que aquellos de las matemáticas. (Phys.* 193.33-36*).*[16]

Y de igual manera en el otro pasaje, donde no hay mención alguna de las matemáticas:

> *¿Hasta dónde debe conocer el físico la forma o la esencia* (τὸ εἶδος καὶ τί ἐστιν)*? Como el médico el tendón o el herrero el bronce, hasta entender el qué de cada uno; y éste* [el físico] *solamente se encarga de las cosas cuyas formas son separables, pero que existen en la materia. El hombre surge del hombre y el Sol. Como la existencia y*

[14] λέγω δ' ὅτι τὰ μαθηματικὰ μὲν μεταξύ τε τῶν εἰδῶν τιθέασι καὶ τῶν αἰσθητῶν οἷον τρίτα τινὰ παρὰ τὰ εἴδη τε καὶ τὰ δεῦρο.

[15] ἀλλ' ἔστι καὶ ἡ μαθηματικὴ θεωρητική· ἀλλ' εἰ ἀκινήτων καὶ χωριστῶν ἐστί, νῦν ἄδηλον,

[16] διὸ καὶ χωρίζει· χωριστὰ γὰρ τῇ νοήσει κινήσεώς ἐστι, καὶ οὐδὲν διαφέρει, οὐδὲ γίγνεται ψεῦδος χωριζόντων. λανθάνουσι δὲ τοῦτο ποιοῦντες καὶ οἱ τὰς ἰδέας λέγοντες.

> *la esencia de lo separable son propias de la primera filosofía para definir. (Phys.* 194b10-15*).*[17]

La desviación aristotélica con respecto a esta subdivisión llegará a tal grado, dirá Merlan, que en pasajes como *Metaph*. K 1064a29-b14 Aristóteles negará la subsistencia separada de los objetos matemáticos "*las matemáticas son teoréticas, y es una ciencia que trata con cosas que están en reposo, pero sus objetos no pueden existir separados*". Por lo que en otros lugares de la *Metafísica;* como son *Metaph*. Z 1029a19 cambiará el orden de las ciencias teoréticas por matemáticas, física y teología (φιλοσοφίαι θεωρητικαί, μαθηματική, φυσική, θεολογική); o *Metaph*. Z 1037a11-13 donde las matemáticas ni siquiera son consideradas dentro de la exposición. Por último, en dos pasajes; uno de la *Física* y otro de la *Metafísica* Aristóteles sustituirá a las matemáticas por la astronomía a partir al cambiar el criterio de *separado* (χωριστός), por el de *corruptible* (φθαρτός), es decir, que los cuerpos sensibles son móviles y corruptibles; los planetas móviles e incorruptibles; y, por último, los objetos de la *Metafísica* son inmóviles e incorruptibles.[18] La razón de este cambio y el hilo conductor de dicha evolución se encuentra en el pasaje de *Metaph.* Γ 1004a2 en donde Aristóteles afirma que existen tantas partes de la filosofía como hay tipos de sustancias. Por lo que, por un lado, encontraremos según Merlan, el nexo entre Platón y Aristóteles, es decir, la exposición de las ciencias teoréticas de acuerdo al tipo de realidad que tengan por objeto.[19] Y por el otro, que el estudio de los objetos matemáticos, si son éstos un tipo de sustancia (οὐσία), también pertenecen al estudio de la filosofía, como podemos ver en Platón y el platonismo de acuerdo con los reportes anteriormente mencionados; o como se

[17] πόσου τὸν φυσικὸν δεῖ εἰδέναι τὸ εἶδος καὶ τὸ τί ἐστιν; ἢ ὥσπερ ἰατρὸν νεῦρον ἢ χαλκέα χαλκόν, μέχρι τοῦ τίνος [γὰρ] ἕνεκα ἕκαστον, καὶ περὶ ταῦτα ἅ ἐστι χωριστὰ μὲν εἴδει, ἐν ὕλῃ δέ; ἄνθρωπος γὰρ ἄνθρωπον γεννᾷ καὶ ἥλιος. πῶς δ' ἔχει τὸ χωριστὸν καὶ τί ἐστι, φιλοσοφίας ἔργον διορίσαι τῆς πρώτης.
[18] Cf. *Metaph.* Λ 1096a30; *Phys.* 198a29-31.
[19] Como ya adelanté, Jhon J. Cleary no aceptará esta lectura, pues sostiene que la tesis principal de Merlan, a saber, la división tripartita de las ciencias no corresponde a la teoría general de la bipartición de la sustancia en Aristóteles, es falsa. (Cleary 1994).

puede observar en la postura final de Aristóteles, al no ser considerados sustancias, no deben ser consideradas por la filosofía.[20]

El estudio de Merlan continuará desarrollando las consecuencias históricas de la subdivisión de las ciencias teoréticas en Aristóteles, para mostrar como dicha subdivisión únicamente puede ser comprendida a partir de un contexto platónico, es decir, a partir de la influencia por el tiempo que pasó Aristóteles en la Academia. Sin embargo, quisiera pasar ahora al desarrollo de la ciencia matemática de acuerdo con los pasajes de *República* que me interesan estudiar durante este capítulo.

2. El símil de la línea dividida

Para poder dar cuenta de lo que Platón pensaba acerca de las matemáticas, es absolutamente necesario referirse a los pasajes de *República* VI y VII, pues en ellos nos encontraremos con una descripción desconcertante de aquél a quien se le atribuye la famosa sentencia en el pórtico de su escuela: “*No entre nadie que sea ignorante de geometría”* (ΑΓΕΟΩΜΕΤΡΗΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ). Como veremos a lo largo de este capítulo, la razón por la cual asombran estos pasajes se debe a la posición que Platón les otorga a las matemáticas como arte y la cual puede resumirse en los siguientes dos pasajes:

> *Yo entiendo, dijo, pero no con suficiencia – pues parece que hablas de una labor ardua – que quieres distinguir del ser y lo inteligible, aquello estudiado por la ciencia de la dialéctica, como más claro que aquello estudiado por las llamadas artes (Res.* 511c3-6*).*[21]

[20] A lo largo de *Metaph. M* Aristóteles concluirá que los objetos matemáticos existen de manera calificada (οὐχ ἁπλῶς) del mismo modo que la materia (ὑλικῶς). Para una revisión extensa de lo que esto quiere decir (cf. Helmig 2013; White 1993).

[21] Μανθάνω, ἔφη, ἱκανῶς μὲν οὔ – δοκεῖς γάρ μοι συχνὸν ἔργον λέγειν – ὅτι μέντοι βούλει διορίζειν σαφέστερον εἶναι τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ διαλέγεσθαι ἐπιστήμης τοῦ ὄντος τε καὶ νοητοῦ θεωρούμενον ἢ τὸ ὑπὸ τῶν τεχνῶν καλουμένων.

> *Por hábito seguimos llamando a éstas* [artes] *ciencias, pero necesitan otro nombre, más claro que la opinión, y más oscuro que la ciencia* (*Res.* 533d4-6).[22]

A simple vista podemos ver que las matemáticas serán consideradas como una actividad que es inferior en comparación a la dialéctica (*Res*. 511c3-d5). Esto se aprecia a lo largo de los pasajes mencionados arriba por el uso de los adjetivos -más claro que- (σαφέτερον), -más evidente que- (ἐναργεστέρου) y -más oscuro que- (ἀμυδροτέρου); los cuales califican la relación entre ambos términos. Y conlleva a que la manera en que nosotros debemos entender a las matemáticas y a la dialéctica a partir de estos pasajes deberá ser atendiendo en todo momento a la tensión que ocurre entre los dos, pues como menciona Reviel Netz (2003, p.306) sobre esto: "*This means that whatever is our interpretation of the passage concerning mathematics, it should be imported, negatively, into our interpretation of Plato's dialectic"*.

Para entender dicha relación, nuestra investigación tendrá que dar cuenta de dos factores importantes para la comprensión de las matemáticas durante el *símil de la línea dividida*. En primer lugar, explicar qué es lo que Platón entendía por el término hipótesis, y cómo éste debe ser interpretado. Dado que las matemáticas y la dialéctica comienzan a partir de hipótesis (ἐξ ὑποθέσεων), debemos dar cuenta de cómo en los dos métodos las hipótesis funcionan, es decir, qué es lo que permite que las hipótesis tengan su lugar dentro de los métodos de la dialéctica y las matemáticas, pues con ello comprenderemos, en segundo lugar, cuál es la diferencia entre ambos, esto es, cómo por el lado de la dialéctica las hipótesis nos permiten acceder al conocimiento del primer principio, y cómo, por el lado de las matemáticas, dicho conocimiento nos lleva únicamente a concluir lo que de las hipótesis se sigue (τελευτή). Para cumplir con esto, durante esta sección se procederá de la siguiente manera: 2.1) en primer lugar resumiré el *símil de la línea dividida;* para después desarrollar 2.2) el método hipotético de acuerdo con *Fedón*

[22] ἃς ἐπιστήμας μὲν πολλάκις προσείπομεν διὰ τὸ ἔθος, δέονται δὲ ὀνόματος ἄλλου, ἐναργεστέρου μὲν ἢ δόξης, ἀμυδροτέρου δὲ ἢ ἐπιστήμης.

y *Menón* cara al método hipotético en *República*. Con esto, pretendo establecer el marco teórico a partir del cual Proclo en su *Comentario al primer libro de Euclides* construye su teoría acerca del estatuto ontológico de los objetos geométricos.

2.1 Reconstrucción del símil de la línea dividida

Al final de *República* VI, Sócrates es instigado por sus interlocutores para que explique cuál es el objeto de la máxima educación que, según él mismo, permitirá al guardián unificar y llevar a buen puerto a la *pólis* (*Res.* 506a). La respuesta que ofrecerá Sócrates es un tanto decepcionante, ya que, según él, únicamente nos ofrece un vástago (ἔκγονος) de la idea del Bien, así como también una explicación de cuál es la máxima educación que nos permite esto; es decir, el camino que nos permitirá elevarnos hasta su comprensión.

La razón por la cual encuentro decepcionante la respuesta de Sócrates se debe a dos cosas; en primer lugar y como ya mencioné, no nos dirá qué es el Bien, por lo que dejará sin responder a la pregunta que directamente le hicieron sus interlocutores y la que propiamente debería haber sido respondida a lo largo de estos pasajes del *diálogo*. En segundo lugar y la menos evidente, es que Sócrates tampoco explica cuál es el método que nos permite llegar a conocer a la idea del Bien, o al menos no lo explica claramente. Lo único que nos da en ambos casos es una analogía que nos permite de alguna manera saber a qué se refiere cuando habla de la máxima educación y su objeto. En resumen, a partir de estos pasajes nuestro conocimiento de ambos – el Bien, y la máxima educación- únicamente se podrá formular de manera comparativa. Como espero mostrar durante esta sección, el interés principal de este análisis se centrará en el valor analógico de estos pasajes, pues es a partir de ello que Proclo fundamentará su teoría acerca de la filosofía de la geometría.

La respuesta de Sócrates comenzará a partir de la relación de analogía entre el Bien y el Sol.[23] Estos dos son la condición de posibilidad para conocer la realidad,

[23] El Sol en este caso lo considera Sócrates como el vástago del Bien.

es decir, que, así como el Sol nos otorga la luz que nos permite ver a los cuerpos visibles, para Sócrates, la luz no es algo que vemos, sino con lo que vemos; de igual manera la idea del Bien no es algo que pensamos, sino lo que nos permite pensar:

> *Ahora, dije yo, está claro lo que decía sobre el vástago del Bien, al que el Bien ha engendrado análogo a sí mismo. De tal modo que éste en lo inteligible es con respecto a la inteligencia y lo inteligido, como aquél es a aquello en lo visible con respecto a la vista y a lo visto* (*Res*. 508b-c)[24]

A partir de esta analogía Sócrates hará una distinción de vital importancia para la comprensión de las capacidades del conocimiento del hombre, a saber, que entre más alejado se encuentre el órgano de la luz, menor claridad tendrá el objeto visto, e inversamente, entre más cercano se encuentre el órgano de la luz, mayor claridad tendrá (*Res.* 508c-d).

Tanto el Sol como el Bien poseen una función de gran importancia para la comprensión de la epistemología de Platón, pues como se puede apreciar, el valor esencial de ambos -el Sol y el Bien- es el de iluminar, esto es, hacer asequible los objetos para el conocimiento. A partir de la analogía del Bien y del Sol, y manteniendo en mente la metáfora de la luz, más adelante Sócrates buscará mostrar cómo las afecciones del alma se asemejan a los estados de claridad y oscuridad, esto es, cómo existe una regla de proporción directa entre la cercanía del objeto al Bien y la claridad del conocimiento a partir de la aprehensión de dicho objeto. Entre más cercano al Bien se encuentre el objeto conocido, también mayor será la claridad de dicho objeto en sí mismo y mayor será la comprensión de dicho objeto por el cognoscente.

Para explicarlo, Sócrates establecerá una división entre los dos reinos -el primero, el de lo inteligible (AC); y el segundo, el de lo visible (CE)-: "*Supón que tú tomas una línea, córtala en dos partes desiguales para representar, en proporción,*

[24] Τοῦτον τοίνυν, ἦν δ' ἐγώ, φάναι με λέγειν τὸν τοῦ ἀγαθοῦ ἔκγονον, ὃν τἀγαθὸν ἐγέννησεν ἀνάλογον ἑαυτῷ, ὅτιπερ αὐτὸ ἐν τῷ νοητῷ τόπῳ πρός τε νοῦν καὶ τὰ νοούμενα, τοῦτο τοῦτον ἐν τῷ ὁρατῷ πρός τε ὄψιν καὶ τὰ ὁρώμενα.

el mundo de las cosas vistas y esa de las cosas pensadas" (Res. 509d).[25] Sócrates continuará su exposición al proponer nuevamente una división del segmento (CE), los cuerpos sensibles (CD): "*en el otro segmento de lo visible, pon los originales de estas imágenes, esto es, los animales que nos rodean, todas las plantas, y todas las cosas manufacturadas*" (*Res.* 510a5-6);[26] y las imágenes, sombras y reflejos de los cuerpos sensibles (DE), en donde ambos sub-segmentos son regidos por el Sol:

> *"y entonces corta cada parte en la misma proporción. Tus dos partes en el mundo de las cosas vistas diferirán en grado de claridad y oscuridad, y una parte contendrá meras imágenes, como, primero sombras, después reflejos en el agua y superficies suaves, y brillantes, y todo lo de este tipo, ¿entiendes? (Res. 509d)*[27]

Mientras que en el primer segmento (AC), se encontrarán las Ideas (AB) y las idealizaciones matemáticas (BC), como se puede ver a continuación:

> *"En el primer segmento, el alma usando como imágenes las cosas que eran imitadas anteriormente, es obligada a investigar a partir de hipótesis, procediendo no a un primer principio sino a una conclusión. En el otro segmento, en cambio,* (el alma) *él hace su camino hacia un primer principio que no es una hipótesis, a partir de hipótesis, pero sin las imágenes usadas en el segmento anterior, utilizando a las Ideas mismas y haciendo su investigación a partir de ellas"* (*Res.* 510b4-9).[28]

---

[25] Νόησον τοίνυν, ἦν δ' ἐγώ, ὥσπερ λέγομεν, δύο αὐτὼ εἶναι, καὶ βασιλεύειν τὸ μὲν νοητοῦ γένους τε καὶ τόπου, τὸ δ' αὖ ὁρατοῦ, ἵνα μὴ οὐρανοῦ εἰπὼν δόξω σοι σοφίζεσθαι περὶ τὸ ὄνομα.
[26] Τὸ τοίνυν ἕτερον τίθει ᾧ τοῦτο ἔοικεν, τά τε περὶ ἡμᾶς ζῷς καὶ πᾶν τὸ φυτευτὸν καὶ τὸ σκευαστὸν ὅλον γένος.
[27] Ὥσπερ τοίνυν γραμμὴν δίχα τετμημένην λαβὼν ἄνισα τμήματα, πάλιν τέμνε ἑκάτερον τὸ τμῆμα ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον, τό τε τοῦ ὁρωμένου γένους καὶ τὸ τοῦ οουμένου, καί σοι ἔσται σαφηνείᾳ καὶ ἀσαφείᾳ πρὸς ἄλληλα ἐν μὲν τῷ ὁρωμένῳ τὸ μὲν ἕτερον τμῆμα εἰκόνες – λέγω δὲ τὰς εἰκόνας πρῶτον μὲν τὰς σκιάς, ἔπειτα τὰ ἐν τοῖς ὕδασι φαντάσματα καὶ ἐν τοῖς ὅσα πυκνά τε καὶ λεῖα καὶ φανὰ συνέστηκεν, καὶ πᾶν τὸ τοιοῦτον, εἰ κατανοεῖς.
[28] Ἧι τὸ μὲν αὐτοῦ τοῖς τότε μιμηθεῖσιν ὡς εἰκόσιν χρωμένη ψυχὴ ζητεῖν ἀναγκάζεται ἐξ ὑποθέσεων, οὐκ ἐπ' ἀρχὴν πορευομένη ἀλλ' ἐπὶ τελευτήν, τὸ δ' αὖ ἕτερον – τὸ ἐπ' ἀρχὴν

Hasta ahora la exposición de Sócrates del "*símil de la línea dividida"* de *República* únicamente nos ha permitido comprender que existen dos tipos de realidades ontológicas, i.e., la sensible y la intelectual, así como sus divisiones, estas son: del reino de lo inteligible, las formas y los objetos matemáticos; del reino de lo sensible, los cuerpos y sus reflejos. Durante la exposición del reino de lo inteligible nos encontramos que la exposición de Platón cambia de ser una exposición de su ontología, a un contraste entre métodos; en donde el segmento (AB) -el de las formas- habla de la dialéctica, como resultado de la ciencia o intelección (ἐπιστήμη o νόεσις); mientras que el segmento (BC) -el de las matemáticas y artes afines- habla del entendimiento, como resultado de la razón discursiva (διάνοια) (Benson 2010 p.188).[29] La diferencia entre ambos segmentos no se debe a la caracterización de los objetos, es decir, no se replica la fórmula de *Res.* 510a5-6 y *Res.* 509d, en donde, por un lado, tenemos a los cuerpos sensibles, y por el otro, a las copias de dichos cuerpos, sino que tendremos por un lado a objetos que parten de hipótesis y usan imágenes durante su procedimiento; y por el otro, tendremos objetos que partiendo de hipótesis se elevan hasta el principio no-hipotético. Además, sobre el segmento de la realidad intelectual (AC) debemos de dar cuenta de lo siguiente: que el método matemático se distingue del método dialéctico, y que el primero es de alguna manera inferior al segundo. Pues como concluye Sócrates durante *Res.* 533d4-6 las matemáticas son más oscuras que la dialéctica. [30]

La razón de ello, siguiendo la lectura, no se debe a la naturaleza del objeto investigado, sino al modo en que éste se investiga (*Res.* 510c-511a). Ya que no hay razón para creer que Sócrates distinga entre las ideas y las idealizaciones de la razón discursiva, dado que en ambos casos Sócrates utilizará la terminología *en sí* (καθ' αὐτό) para referirse a ellas. Por último, Glaucón concluirá con lo siguiente: "*Yo entiendo, dijo, pero no con suficiencia – pues parece que hablas de una labor ardua-*

ἀνυπόθετον – ἐξ ὑποθέσεως ἰοῦσα καὶ ἄνευ τῶν περὶ ἐκεῖνο εἰκόνων, αὐτοῖς εἴδεσι δι' αὐτῶν τὴν μέθοδον ποιουμένη.

[29] Cf. también (Netz 2003); (Lesher 2010); (Mueller 1991).

[30] Nuevamente quisiera recordar el pasaje de *República* 511c3-d5 en donde se concluye lo mismo.

que tú quieres distinguir del ser y lo inteligible, aquello estudiado por la ciencia de la dialéctica, como más claro que aquello estudiado por las llamadas artes” (*Res.* 511c3-6).[31] Por lo que ambos métodos se distinguirán no por un aspecto material, es decir, por el objeto, sino por cómo se llevarán a cabo. En los dos casos nos damos cuenta de que, tanto la dialéctica como las matemáticas[32] emplean las características formales que Platón desarrolla en el *Menón*, esto es, el método a partir de hipótesis (Benson 2010 p.188; Netz 2003 p.295, p.309).

Siguiendo la lectura encontramos que la distinción de los dos métodos se establece a partir de tres características (*Res.* 510b4-9): 1a) en el segmento de la razón discursiva, el alma al usar imágenes de las cosas que fueron imitadas -el segmento CD-, 1b) es forzada a investigar a partir de hipótesis, 1c) llegando no a un primer principio sino a una conclusión. Mientras que en el proceso de la episteme el alma 2a) hace su camino hacia un primer principio no-hipotético (ἀρχή) -el cual a partir de 511c3-6 sabemos que es el ser y lo inteligible-, 2b) procediendo a partir de hipótesis 2c) pero sin las imágenes utilizadas en la subsección anterior; utilizando, en cambio, las formas mismas y haciendo su investigación a través de ellas (Benson 2010 p.189-190). Durante esta caracterización de ambos segmentos, Platón no se enfoca en términos de la distinción de objetos, sino en términos del método y el modo en el que procede el alma; en donde la razón discursiva es, como ya dijimos, de algún modo inferior a la intelección y las matemáticas, a la dialéctica. La inferioridad se podrá ver durante la comparación si observamos la relación entre las características aquí expuesta, en donde: 1a se contrapone a 2c, 1c se contrapone a 2a; quedando como término medio 1b y 2b, a saber, ambos métodos proceden a partir de hipótesis (ἐξ ὑποθέσεις). Sin embargo, como ya se ve, la razón discursiva

[31] Μανθάνω, ἔφη, ἱκανῶς μὲν οὔ – δοκεῖς γάρ μοι συχνὸν ἔργον λέγειν – ὅτι μέντοι βούλει διορίζειν σαφέστερον εἶναι τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ διαλέγεσθαι ἐπιστήμης τοῦ ὄντος τε καὶ νοητοῦ θεωρούμενον ἢ τὸ ὑπὸ τῶν τεχνῶν καλουμένων.

[32] Para fines de unificar los trabajos expuestos utilizaré el término matemáticas para señalar a los entendibles, es decir, los objetos de la διάνοια -razón discursiva-, pero no por eso quiero significar que cuando Platón utiliza este término se refiere únicamente a las matemáticas.

avanza hasta una conclusión, mientras que la intelección avanza hasta un primer principio (Benson 2010 p.190).

A continuación, y una vez realizada la caracterización, presentaré los pasajes a partir de los cuales se desarrollará la exposición de Platón acerca de los métodos de la dialéctica y las matemáticas:

> *Intentemos otra vez, lo entenderás con más facilidad después del siguiente preámbulo. Creo que sabes que los estudiantes de geometría, cálculo, y de ese tipo hacen hipótesis sobre lo par e impar, sobre varias figuras, sobre los tres tipos de ángulos, y sobre otras cosas similares a estas en su investigación, como si las conocieran. Ellos hacen estas hipótesis y no piensas necesario el dar cuenta de ellos, ni a ellos mismos ni a otros, como si fueran claros para todos. Y a partir de estos primeros principios en los pasos siguientes, llegan a una conclusión (Res.*510c-d*).*[33]

Y continuará:

> *Entonces también sabes que, aunque ellos usen figuras visibles y hagan afirmaciones sobre ellas, su pensamiento no está dirigido hacia ellas sino a aquellas figuras a las que las cosas se asemejan. Ellos hacen afirmaciones por el cuadrado en sí y la diagonal en sí, no la diagonal que dibujan, y de igual manera con los otros. Estas figuras que ellos hacen y dibujan, de las que las sombras y los reflejos en el agua son imágenes, en cambio ellos las usan como*

[33] Ἀλλ' αὖθις, ἦν δ' ἐγώ· ῥᾷον γὰρ τούτων προειρημένων μαθήσῃ. οἶμαι γάρ σε εἰδέναι ὅτι οἱ περὶ τὰς γεωμετρίας τε καὶ λογισμοὺς καὶ τὰ τοιαῦτα πραγματευόμενοι, ὑποθέμενοι τό τε περιττὸν καὶ τὸ ἄρτιον καὶ τὰ σχήματα καὶ γωνιῶν τριττὰ εἴδη καὶ ἄλλα τούτων ἀδελφὰ καθ' ἑκάστην μέθοδον, ταῦτα μὲν ὡς εἰδότες, ποιησάμενοι ὑποθέσεις αὐτά, οὐδένα λόγον οὔτε αὑτοῖς οὔτε ἄλλοις ἔτι ἀξιοῦσι περὶ αὐτῶν διδόναι ὡς παντὶ φανερῶν, ἐκ τούτων δ' ἀρχόμενοι τὰ λοιπὰ ἤδη διεξιόντες τελευτῶσιν ὁμολογουμένως ἐπὶ τοῦτο οὗ ἂν ἐπὶ σκέψιν ὁρμήσωσι.

imágenes, en la búsqueda para ver esas otras que se ven excepto por medio de la razón (*Res.* 510d5-511a1).[34]

Sobre la dialéctica en cambio, Sócrates afirmará lo siguiente:

> *"Entonces también entiende que la otra sección de lo inteligible, me refiero a aquella que la razón misma apresa por el poder de la dialéctica. No considera a estas hipótesis como primeros principios, sino verdaderamente como hipótesis -como a escalones desde los que inicia- permitiéndole alcanzar el primer principio no-hipotético de todo. Después de apresarlo, regresa y, tomando aquello lo que se sigue de él, desciende hasta una conclusión sin hacer uso de nada visible, sino únicamente las Formas mismas, moviéndose de Formas a Formas, y terminando en Formas"* (*Res.* 511b3-c2).[35]

Concentrándonos únicamente en las matemáticas hay que resaltar que, durante esta descripción, en su actividad el matemático hará uso de diagramas, pero tendrá en mente aquellas cosas de las cuales los diagramas son imágenes. Reviel Netz sostiene que entre los pasajes *Res.* 510b4-9 y *Res*. 510d5-511a1 no existe paralelismo, sino que más bien hay discontinuidad entre ambos. Pues, por un lado, en *Res.* 510b4-9 se afirma que las matemáticas usan hipótesis, pero que no se califica esta afirmación de ningún modo, mostrando únicamente que se apoya en ellas como si fueran conocidas. En cambio, durante *Res*. 510d5-511a1 se calificará positivamente el uso de diagramas por el matemático, al tener originales en la mente, aun cuando haga uso de diagramas durante su actividad. Lo que nos

[34] Οὐκοῦν καὶ ὅτι τοῖς ὁρωμένοις εἴδεσι προσχρῶνται καὶ τοὺς λόγους περὶ αὐτῶν ποιοῦνται, οὐ περὶ τούτων διανοούμενοι, ἀλλ' ἐκείνων πέρι οἷς ταῦτα ἔοικε, τοῦ ετραγώνου αὐτοῦ ἕνεκα τοὺς λόγους ποιούμενοι καὶ διαμέτρου αὐτῆς, ἀλλ' οὐ ταύτης ἣν γράφουσιν, καὶ τἆλλα οὕτως, αὐτὰ μὲν ταῦτα ἃ πλάττουσίν τε καὶ γράφουσιν, ὧν καὶ σκιαὶ καὶ ἐν ὕδασιν εἰκόνες εἰσίν, τούτοις μὲν ὡς εἰκόσιν αὖ χρώμενοι, ζητοῦντες δὲ αὐτὰ ἐκεῖνα ἰδεῖν ἃ οὐκ ἂν ἄλλως ἴδοι τις ἢ τῇ διανοίᾳ.

[35] Τὸ τοίνυν ἕτερον μάνθανε τμῆμα τοῦ νοητοῦ λέγοντά με τοῦτο οὗ αὐτὸς ὁ λόγος ἅπτεται τῇ τοῦ διαλέγεσθαι δυνάμει, τὰς ὑποθέσεις ποιούμενος οὐκ ἀρχὰς ἀλλὰ τῷ ὄντι ὑποθέσεις, οἷον ἐπιβάσεις τε καὶ ὁρμάς, ἵνα μέχρι τοῦ ἀνυποθέτου ἐπὶ τὴν τοῦ παντὸς ἀρχὴν ἰών, ἁψάμενος αὐτῆς, πάλιν αὖ ἐχόμενος τῶν ἐκείνης ἐχομένων, οὕτως ἐπὶ τελευτὴν καταβαίνῃ, αἰσθητῷ παντάπασιν οὐδενὶ προσχρώμενος, ἀλλ' εἴδεσιν αὐτοῖς δι' αὐτῶν εἰς αὐτά, καὶ τελευτᾷ εἰς εἴδη.

permitirá, según él, afirmar que las hipótesis son, para Platón, los diagramas que utiliza el matemático. Esta descripción es la que le permitirá a Sócrates concluir que debido a la claridad y oscuridad que cada tipo de conocimiento nos otorga, las matemáticas son más claras que aquellas cosas de las que hace uso en sus diagramas, estas son, los cuerpos sensibles (Netz 2003 p.305-7).

En conclusión, la mayor diferencia entre el método matemático y el dialéctico se basa en el uso de las hipótesis. Pues como ya vimos, las matemáticas se ven forzadas a partir de hipótesis (ἐξ ὑποθέσεων), mientras que la dialéctica únicamente usa hipótesis como su punto de partida.[36] Esto se debe a que el dialéctico reconoce el uso de las hipótesis como tales, para su camino de ascenso hacia los principios (ἐπ’ἀρχάς). Por lo que en principio podemos decir que el dialéctico no depende totalmente de las hipótesis, dado que alcanza un no-hipotético (ἀνυπόθετον), a diferencia del matemático; el cual trata a las hipótesis como principios (ἀρχαί), sin dar razón de ellas, es decir, como suposiciones de las cuales uno puede derivar conclusiones sin confirmar antes dichos supuestos.

2.3 El método hipotético de acuerdo con el *Fedón* y el *Menón* y sus consecuencias en la comprehensión de este método en *República*

Como ya hemos visto, tanto las matemáticas como la dialéctica desarrollan su actividad a partir de hipótesis (ἐξ ὑποθέσεων). Pero durante *República* Platón nos otorga poca información acerca de lo que esto significa: por el lado de las matemáticas las hipótesis avanzan hasta una conclusión, hacen uso de imágenes y son tomadas como principios; del lado de la dialéctica, en cambio, las hipótesis se elevan hasta un primer principio, hacen uso de las formas y son tomadas como hipótesis. Por lo que a partir de estos pasajes nos será imposible comprender lo que

[36] La diferencia que tanto Benson como Netz observan en el uso de las hipótesis durante estos pasajes de *República* se basa en el grado de dependencia que las matemáticas y la dialéctica poseen durante su actividad. Mientras que la dialéctica parte de hipótesis, no se quedará en ellas, sino que buscará a lo largo del trayecto adquirir el conocimiento de los verdaderos principios, a partir de los cuales realizar su demostración. En cambio, las matemáticas se ven forzadas a partir de hipótesis, y nunca se desprenderán de ellas, sino que es a partir de las hipótesis, tomadas como principios, que realizarán su demostración.

quiere decir Platón sobre ellas. Como pretendo mostrar a lo largo de este capítulo es necesario que el desarrollo de una explicación suficiente sobre el símil de la línea dividida dé cuenta de este término, puesto que, de no ser así, la diferencia entre la intelección y la razón discursiva ; y la dialéctica y las matemáticas no será posible. Pues no sabremos si ambos métodos difieren entre sí por el modo en que las hipótesis son utilizadas, esto es, por una diferencia inherente al sistema; o su diferencia radica en la ausencia de pasos durante el procedimiento, esto es, que ambas -la dialéctica y las matemáticas- se desarrollan bajo las mismas características, pero que cuando el método se realiza de modo deficiente, el conocimiento que nos otorga únicamente es similar al de las matemáticas; pero en caso contrario, nos otorgarán ciencia al igual que la dialéctica, como supone Benson (Benson 2010 p.188). Para poder resolver este problema, quisiera tomar como base de mi explicación la obra de Ian Mueller (Mueller 1991) y construir sobre de ella los trabajos ya citados de Reviel Netz y Hugh Benson, pues con esto pretendo mostrar cuál es la lectura que me parece la correcta y por qué.

Si bien en *República* encontramos el método a partir de hipótesis, no es la primera vez que aparece en la obra de Platón, en *diálogos* como *Fedón* y *Menón* encontramos también la exposición de este método, curiosamente, aplicados en cada caso al método del filósofo y al método del geómetra. Si tomamos en cuenta *Phaed.* 95e7 Sócrates dará la descripción general del método filosófico basado en los métodos de análisis y síntesis que usan los matemáticos. En donde uno, durante la investigación, debe tomar como hipótesis, es decir, como un supuesto, la creencia que sostenga con mayor confianza. Más adelante durante *Phaed.* 100a3-7 Sócrates nos dirá que una vez encontrado dicho supuesto, uno debe avanzar con las ideas que estén de acuerdo con tal supuesto, y rechazar aquellas que estén en desacuerdo con dicho supuesto, *Phaed.* 101d3-e1 continuando en la adición de supuestos que justifiquen la suposición inicial hasta llegar a uno que no requiera justificación. Esto implicará que el método expuesto se basa en responder a la pregunta inicial a partir de la construcción de una teoría consistente a través de la construcción de creencias compatibles, a este método de análisis le corresponde la propiedad de la consistencia lógica (Mueller 1991 p.181-182). Cara a esto, podemos añadir que las hipótesis dialécticas y las matemáticas se distinguen entre sí porque la dialéctica requiere que las hipótesis sean confirmadas, mientras que en el caso de las matemáticas las hipótesis parecen no requerir de esto. Lo que esto implicará, en el caso de la dialéctica, es que existe un proceso además de el del análisis, a saber, el de la deducción de dicha suposición inicial a través de la síntesis, esto es, que a diferencia del método de análisis que trata de armonizar la suposición inicial con el resto de las suposiciones, la síntesis busca armonizar las suposiciones subsiguientes entre sí. Al método de síntesis le corresponderá la propiedad de consistencia (Mueller 1991 p.182; Benson 2010 p.191-192).

Si bien ésta es la presentación neutra del método a partir de hipótesis, habrá que ver en qué consiste postular un supuesto confiable. Según Netz (Netz 2003 p.309), en matemáticas el primer supuesto es el trazo de un diagrama, en donde éste ejemplifica a los objetos geométricos, y donde usualmente se incluye una suposición explícita (*Men.* 86a4). En matemáticas, por lo tanto, la hipótesis inicial del análisis se identificará con los diagramas iniciales, y en donde la hipótesis es un acto dinámico y repetitivo. Por lo que el matemático no podrá evitar decir "ABΓ es un círculo", aun cuando piense en el círculo en sí, es decir, que el matemático razona acerca del mundo inteligible utilizando objetos sensibles (Mueller 1991 p.184), por lo que la argumentación matemática -en este caso geométrica- realiza una afirmación hipotética del modo "P es verdadero" y llegando a la conclusión de que "Q es verdadero también", con la finalidad de establecer de la misma manera el condicional "de P se sigue Q" (Netz 2003 p. 310). Por lo que para Platón *formalmente* no existe la imposibilidad de realizar una demostración no condicional rigurosamente -dado que el matemático la realiza-; la diferencia entre la dialéctica y las matemáticas radicará en que la dialéctica al ser reflexiva sobre sus hipótesis busca siempre probar que el punto de partida es verdadero, esto es, el método a partir de hipótesis tomando en cuenta los métodos de análisis y síntesis. Pero para las matemáticas esto es imposible, puesto que el diagrama, a partir de lo dicho hasta ahora es falso, por lo que cualquier conclusión matemática dependerá de un supuesto inicial falso. Mostrando así que las matemáticas aun cuando sean formalmente un tipo de razonamiento excelente, siempre estará ligado a suposiciones falsas (Netz 2003 p.312).

Según Benson para saber en qué consiste la postulación de supuestos debemos remitirnos a los pasajes *Res.* 511b3-c2 en donde Sócrates le explicará a Glaucón en qué consiste el método dialéctico y *Res.* 510c1-511b2 en donde se explicará en qué consiste el método matemático. A partir de éstos, Benson distinguirá entre el dialéctico, que partiendo de hipótesis se eleva hasta un principio no-hipotético para después descender hasta una conclusión; mientras que el matemático postula hipótesis sin dar *logos* de ellas, como si fueran claras para todos, hasta llegar a una conclusión. Por lo que, si bien en ambos casos se llega hasta una conclusión a partir de una hipótesis inicial, los dos métodos difieren en el trato que le dan a las hipótesis con las que comienzan su procedimiento. Mientras que la razón discursiva se confina únicamente a la etapa de la prueba, la dialéctica abraza tanto la prueba como la confirmación. La razón discursiva falla porque no aplica completamente el método a partir de hipótesis y consecuentemente no puede esperar adquirir más que entendimiento, mas no ciencia. La diferencia, entonces, entre la dialéctica y la razón discursiva reside en cómo cada una trata a sus hipótesis, la razón discursiva las toma como si fueran conocidas y confirmadas cuando no lo son; la dialéctica las toma como si no fueran conocidas y confirmadas (Netz 2003 p.193-194). Además, la segunda diferencia es el uso de los objetos por parte de la razón discursiva a diferencia de la dialéctica. En *Res.* 510d5-511a2 Sócrates explica que los geómetras usan objetos ordinarios haciendo *logoi* acerca de objetos visibles, pero que no piensan en los objetos sino en las cosas a las que se asemejan. Sin embargo, en donde ahora el matemático hace *logoi*, antes fallaban en dar *logoi*.

Esto permite decir, que de algún modo las matemáticas permiten realizar la etapa de confirmación. La diferencia, entonces, entre la dialéctica y las matemáticas reside en cómo ambos proveen *logoi* a sus hipótesis. En donde a) los matemáticos fallan en dar un *logoi* completo, mientras que los dialécticos sí lo dan. Pero además de ser de alguna manera incompleto, las matemáticas fallan de otro modo, b) a saber, por deficiencia al hacer uso de imágenes; la dialéctica a lo largo de su procedimiento no utiliza imágenes, mientras que la razón discursiva sí, fallando en el proceso de la síntesis. Este uso de imágenes parece implicar que mientras que la dialéctica no hace uso de diagramas y, por lo tanto, de la senso-percepción, la razón discursiva utiliza a la senso-percepción como un método de adquisición del conocimiento, es decir, que la razón discursiva usa la senso-percepción para examinar y estudiar cosas que deberían estudiarse a través de la razón. La razón discursiva utiliza la senso-percepción como medio para estudiar a las formas, la dialéctica no (Benson 2010 p.195).

Conclusión

Retomando el problema inicial de esta sección, a saber, en qué consiste la deficiencia del método matemático cara al método dialéctico, podemos ahora responder tomando en cuenta lo visto hasta ahora. Si bien parece que ambos métodos tienen sus raíces en el método a partir de hipótesis tal y como se presenta en los *diálogos* del *Fedón* y el *Menón*, el cual a su vez nos remite hasta los métodos del análisis y la síntesis, creo que la explicación de Benson es incorrecta puesto que supone a lo largo de su exposición que las matemáticas difieren de la dialéctica por no dar cuenta de sus hipótesis aun cuando es posible para ellos realizarlo. Según él, aun cuando el matemático utilice objetos visibles para su actividad, es capaz de dar *logoi* de ellos a partir de los objetos que tienen en mente, esto es, los originales, pero que deciden no hacerlo. Lo que significaría que no existe realmente ninguna diferencia entre un dialéctico y un buen matemático, es decir, que en el desarrollo de ambas actividades se podría, al menos en teoría, desarrollar el mismo procedimiento, del análisis hasta el primer principio, y del primer principio hasta una conclusión.

Sin embargo, eso implicaría que el matemático se pregunte por la naturaleza de las hipótesis, es decir, que durante su actividad se debería preguntar ¿qué es un cuadrado o qué es un número par? En primer lugar, este procedimiento se sale de la práctica común de la actividad matemática, recordemos que Platón estaba familiarizado con la práctica matemática de su época, y que, por lo tanto, sabía que los matemáticos al realizar sus demostraciones no pensaban que estaban demostrando los objetos originales. Por lo que sería extraño que él afirmara que los matemáticos de su época no alcanzaban el conocimiento por realizar su actividad de manera deficiente. En segundo lugar, y como argumenta Netz, las matemáticas dependen de las hipótesis más que la dialéctica, puesto que éstas últimas pueden llegar hasta un no-hipotético. A diferencia de las matemáticas, que como ya dijimos deben partir, en el caso de la geometría, de un diagrama. Por lo que lo que está en juego aquí no es la actividad matemática sino los puntos de partida de dicha actividad, ya que como afirma el mismo Benson, hasta cierto punto las matemáticas pueden confirmar sus hipótesis, el problema radica en que durante la confirmación únicamente llegarían hasta otra hipótesis.[37]

[37] Esto puede verse en la exposición de *In Eucl.* 86.7-16, en donde Proclo mostrará como las definiciones de los objetos geométricos simples se construyen a partir de términos compuestos que son conformados por éstos: el punto a partir de la línea, la línea a partir de la superficie y la superficie a partir del sólido. Cf. *Elementos de Geometría* I definiciones 1, 2 y 7.

Capítulo 2 El estatuto ontológico de los seres geométricos

Durante este capítulo desarrollaré la solución de Proclo al primer problema establecido en el primer capítulo, a saber, el problema del tipo de substancia que es el objeto matemático. Como se había visto, el objeto matemático de acuerdo con la división de las ciencias teóricas puede ser comprendido como una substancia separada de la materia, o considerada *como* si estuviera separada de la materia. El estatuto de este objeto, por lo tanto, conllevará problemas no solo ontológicos, sino también gnoseológicos que a lo largo del pensamiento de Proclo deben ser estructurados para dar cuenta de este hecho. Para responderlo en primer lugar, expondré la situación de los seres matemáticos en general a partir del primer prólogo del *Comentario al primer libro de Euclides*, para después explicar cómo interpreta el símil de la línea dividida de *República* para mostrar las diferencias con ésta. A partir de ello, desarrollaré la teoría gnoseológica de Proclo a partir de las lecturas del *Comentario al Parménides* y el *Comentario al Timeo*, en donde aparecerán con mayor claridad las nociones de la razón discursiva y sus tipos, así como de los principios racionales. Una vez realizado esto, mostraré a partir de la lectura de Orna Harari el problema de los objetos de la geometría y cómo la razón discursiva requiere del uso de la imaginación para proyectar los contenidos del alma en la materia inteligible para poder adquirir el conocimiento de estos objetos. Por último, explicaré cómo es posible a partir de la participación resolver el problema presente en el símil sobre el conocimiento de los objetos matemáticos como imágenes de las formas, y la teoría de la proyección como el medio por el cual se da dicha proyección.

1. El estatuto ontológico de los objetos matemáticos en *In Eucl*. [38]

A lo largo de la tradición se ha aceptado sin discusión alguna la posición de los seres matemáticos como intermedios en el *Comentario al primer libro de Euclides* (*In Eucl.*)[39]; entre las hipóstasis (ὑπόστασις o ὑθυπόστατος)[40] y los cuerpos sensibles (μεριστός).[41] La razón de ello se hará evidente, de acuerdo con Proclo, por las características que presentan dichos objetos en comparación con ambos miembros; siendo superiores a las cosas que se mueven en la materia por la superioridad de las proposiciones matemáticas, por su inmutabilidad, estabilidad e irrefutabilidad. En cambio, cara a las hipóstasis, los seres matemáticos son

[38] Sobre el estatuto ontológico de las matemáticas en Proclo se han realizado las siguientes menciones y estudios: Siorvanes, L. (1997) Proclus: Neo-platonic Philosophy and Science. New Haven: Yale University Press. O'Meara, D. J. (1990) Pythagoras revived: Mathematics and philosophy in late antiquity. Oxford: Clarendon Press. Merlan, P. (1960) From platonism to neoplatonism. The Hague: M. Nijhoff. Martijn, M. (2010) Proclus on Nature: Philosophy of Nature and Its Methods in Proclus' Commentary on Plato's Timaeus. Leiden: Brill. Helmig, C. (2012) Forms and concepts: Concept formation in the Platonic tradition. Berlin: De Gruyter. Harari, O. (2004). Knowledge and demonstration: Aristotle's "Posterior analytics. Dordrecht: Kluwer academic. Dillon, J. M., O'Byrne, B., O'Rourke, F. (2013). Studies on Plato, Aristotle, and Proclus: Collected essays on ancient philosophy of John J. Cleary. Brill. Charles-Saget, A. (1982). L'architecture Du Divin: Mathématique Et Philosophie Chez Plotin Et Proclus. Paris.

[39] El primer prólogo del *In Euclid.* según los estudios de (O'Meara 1989) y (Merlan 1960) está inspirado en el tercer libro de Jámblico *Sobre el pitagorismo: Sobre la ciencia de las matemáticas generales*. Y posee grandes similitudes con esta obra, a tal grado que existe correspondencia entre los capítulos del *In Euclid.* y los de *Sobre la ciencia de las matemáticas generales* (Merlan 1960 pp. 11 – 58). La gran diferencia entre ambas obras parece ser el carácter organizado y sistemático de Proclo en comparación con el de Jámblico. Así como el interés de Proclo por exponer con mayor detenimiento algunos aspectos como la crítica al abstraccionismo de Aristóteles que en la obra Jámblico únicamente son rechazados. Para un estudio más detallado recomiendo la obra de (O'Meara 1989 pp. 157-170).

[40] De acuerdo con *ET* (cf. Prop. 40 - 51) en donde se expondrán con detenimiento las propiedades de las hipóstasis, podemos decir brevemente lo siguiente: las hipóstasis vienen después del Uno y los principios del Límite y lo Ilimitado son el Ser, el Intelecto y la Vida. Ellas destacan por poseer, auto-movimiento, simplicidad, eternidad, autosuficiencia y autoreversión -ἐπιστρεπτικός-. También cf. (Siorvanes 1997 pp. 82-84).

[41] A diferencia de las hipóstasis, las cosas divisibles, es decir, los cuerpos materiales carecen de las propiedades necesarias para ser autosuficientes. Es decir, no son auto-constituidos -ἀνυπόστασις-, sino que es gracias a la Naturaleza que la materia es capaz de ser 'algo'.

inferiores por su discursividad, por su procedimiento, por tratar a sus objetos como extensos y por construir distintos tipos de principios para distintos tipos de objetos.

Esta doctrina sobre el estatuto intermedio de los seres matemáticos ya la podemos encontrar en Jámblico durante *De communi mathematica scientia* (especialmente durante los capítulos 1, 3, 12, 13, 14 y 15) y en donde se sigue la lectura de la tripartición de las ciencias teoréticas en teología, matemáticas y física, y la cual se puede rastrear hasta Platón y Aristóteles.[42] Del mismo modo, podemos encontrar la misma doctrina expuesta en el prefacio del *Comentario al libro de Metafísica M-N* de Siriano, de quien Proclo tomó gran parte de su exposición acerca de la naturaleza de los seres matemáticos, y en donde encontramos la misma exposición acerca de la división de los seres: las hipóstasis, los objetos de la *diánoia*, como son los seres matemáticos, y los cuerpos sensibles: '*La posibilidad restante entonces, pienso, es que lo que poseen es una naturaleza intermedia entre las formas inteligibles y aquellas en la materia*'[43]

Esta descripción no solo le sirve a Proclo para distinguir entre los diferentes tipos de seres antes mencionados, sino que también le permite, a través de la jerarquización, adelantar en su doctrina el tipo de realidad a la que pertenecen.[44] Como ya se ha mencionado en el capítulo anterior, uno de los problemas principales del platonismo fue responder al fundamento de las matemáticas dentro del marco general de su doctrina. A simple vista podemos admitir que Proclo no estará de acuerdo con Aristóteles en hacer dependientes de los cuerpos sensibles a los seres matemáticos.[45] Sin embargo, tal independencia tampoco nos permite catalogar a los objetos de las matemáticas[46] como miembros del reino de las hipóstasis. Por lo

[42] Cf. cap. 1 sección 1 de esta obra.
[43] *In Metaph. M-N.* 100.30-31 μέσην αὐτὰ φύσιν ἔχοντα τῶν τε νοητῶν εἰδῶν καὶ τῶν ἐνύλων μεμερίσθαι. Cf. también *In Met M-N* 81.5-30.
[44] Debemos cuidarnos de pensar que en el orden jerárquico de la ontología de Proclo los niveles se encuentran claramente definidos.
[45] ὑλικῶν.
[46] A lo largo de la tesis espero mostrar que existe una diferencia entre los seres matemáticos y los objetos matemáticos. Como adelanto, hay que señalar que cuando hablo del ser matemático entiendo a los principios racionales en la *diánoia* y es independiente de la

que las ciencias matemáticas serán, de acuerdo con Proclo, más oscuras en comparación con la dialéctica, pero más claras que la opinión.

En este tenor, Proclo podrá afirmar que las matemáticas reflejan de un modo más claro los contenidos del Intelecto, pues son imágenes (εἰκών) [47] que imitan (ἀπομιμούμενα) la indivisibilidad y la simplicidad de éstos, a partir de la divisibilidad y la complejidad; al encontrarse en el vestíbulo (ἐν προθύροις) de las realidades primarias y mostrando de manera indirecta las capacidades de uniformidad, indivisibilidad y generatividad de éstas, sin lograr elevarse sobre la particularidad, fallando en su naturaleza por requerir parcialmente de materia, y sin poder tener conformidad con los modos absolutos y simples del conocimiento (*In Eucl.* 5.5-10). Tal doctrina se asirá enormemente de la noción de μετάβασις que se encuentra a lo largo del *Comentario al Timeo* y que queda expuesta durante *In Eucl.* al momento de comparar a la razón discursiva con la intelección y la senso-percepción, al afirmar que, cara a la opinión la razón discursiva es más perfecta (*τελειοτέρα*), exacta (*ἀκριβετέρα*) y pura (*καθαρωτέρα*) por su proximidad al contenido inmaterial del Intelecto (*νοῦς*), pudiendo desarrollar sus contenidos con mayor claridad que aquellas realidades que pertenecen al orden de la materia pero carece de la perfección del Intelecto, ya que su operación se basa en la postulación de hipótesis con las que desarrollar sus contenidos.[48]

2. La interpretación de Proclo sobre el estatuto ontológico de las matemáticas según el símil de la línea dividida

La posición de los seres matemáticos como intermedios durante *In Eucl.* se basará principalmente en la lectura que Proclo realiza de *República,* en la que encontrará, a través de la autoridad de Platón la descripción de las capacidades del alma con

---

operación, mientras que el objeto matemático se conforma en la *diánoia* y la *phantasía,* y es el que nos sirve durante la actividad matemática.

[47] Tal lectura, cabe destacar, también se encuentra en la obra de su maestro Siriano, en la cual postula a los objetos matemáticos como imágenes de los inteligibles a partir de la lectura de *República*. Cf. *In. Metaph M-N* 81.22-25.

[48] Cf. *In Eucl.* 4.e11 - 4.14.

relación a los objetos que en cada caso son investigados. Tal lectura, que se encuentra mencionada explícitamente durante el primer prólogo al *In Eucl.* conlleva ciertos problemas que a mi parecer se heredan directamente de dichos pasajes de *República*; entre ellos, la ubicación del uso de imágenes para la actividad matemática. Para su presentación, quisiera exponer primero qué es lo que Proclo dice acerca de este pasaje para después y, tomando en cuenta el capítulo anterior, tratar de presentar las diferencias entre el *símil de la línea dividida* y la interpretación propuesta en el *In Eucl.* Nuevamente, quisiera mencionar que a lo largo de los estudios filosóficos acerca de este tema no ha existido ningún desacuerdo sobre la relación entre estos pasajes, aunque sí haya variación en las conclusiones que se siguen de ellos.[49] Por esto, desarrollaré la que a mi parecer es la exposición correcta sobre la interpretación de Proclo de los pasajes ya mencionados, con la finalidad de concentrarme en la relación que en el *In Eucl.* se establece entre la intelección y la razón discursiva, con la finalidad de alumbrar mejor la posición de las ciencias matemáticas dentro de la filosofía de Proclo.

Proclo explicará durante *In Eucl.* 3-4 y 10-11 la distinción entre las diversas capacidades del alma a partir de la lectura de *República* del siguiente modo: a la intelección, la razón discursiva, la opinión[50] y la conjetura, según él, Platón les asignó un grado de realidad correspondiente: "*Por eso yo creo que Platón distinguió las clases de conocimiento para las realidades más altas, las intermedias y las*

[49] Chlup, R. (2012). Proclus an Introduction. Cambridge Cambridge University Press; Cleary, J. J., Dillon, J., O'Byrne, B., & O'Rourke, F. (2013). Studies on Plato, Aristotle and Proclus collected essays on ancient philosophy of John J. Cleary. Leiden Brill; Helmig, C. (2012). Forms and concepts concept formation in the Platonic tradition. Berlin De Gruyter; MacIsaac, D. G. (2001). The Soul and Discursive Reason in the Philosophy of Proclus. Indiana Notre Dame. Dissertation; MacIsaac, D. G. (2014). Geometrical First Principles in Proclus' Commentary on the First Book of Euclid's Elements. Phronesis, 59, 44-98; Merlan, P. (1960). From Platonism to Neoplatonism. M. Nijhoff The Hage; O´Meara, D. J. (1990). Pythagoras Revived Mathematics and Philosophy in Late Antiquity. Oxford Claredon Press; Harari. O. (2006). Methexis and Geometrical Reasoning in Proclus' Commentary on Euclid's Elements. in Oxford Studies in Ancient Philosophy. Vol. 30 pp. 361-390. Por mencionar algunos.

[50] Durante la descripción de las formas de conocimiento, Proclo utilizará indistintamente los términos 'opinión' -δόξα-, sensación -αἴσθησις- y creencia' -πίστις-. Esta fórmula, en la que Proclo postula que su doctrina sigue al pie de la letra a Platón se repite varias veces a lo largo del texto.

inferiores”.[51] A los inteligibles (νοητά) les asignó la intelección (νόησις); a los objetos intermedios (διανοητά), la razón discursiva y a los objetos de la percepción sensible (αἰσθητά), opinión (εἰκαστά).[52] Durante el *Comentario al Alcibiades I* (*In Alc.*) Proclo también nos remite al mismo pasaje de *República*, en donde repetirá la misma fórmula aquí presentada, es decir, la asignación de distintos modos de conocimiento según la realidad de la que hablemos: a los inteligibles (νοερός), el intelecto (νοητός); a las nociones intermedias (τοῦς μέσους τῶν ὂντων λόγους), la razón discursiva (διάνοια); a los objetos de la sensación (αἰσθητός), la sensación (αἲσθησις); y por último a las imágenes (εἰκαστός), la conjetura (εἰκασία).[53]

Continuando con esta descripción entre las formas del conocimiento respectivas a los objetos del conocimiento correspondientes, a lo largo de *In Eucl.* 11.1-9 Proclo establece una relación de analogía entre la conjetura y la sensación, por un lado; y la intelección y la razón discursiva, por el otro. Argumentando que, al igual que las imágenes son un reflejo de los objetos sensibles, así también las imágenes de los inteligibles (τὰς τῶν νοητῶν εἰκόνας) son imágenes múltiples y divididas de los inteligibles simples e indivisibles, por lo que: "*También la diánoia investiga las imágenes de los inteligibles que han descendido de sus formas primarias, simples e indivisibles hacia la pluralidad y la división*”.[54]

---

[51] *In Eucl*. 3.14-16 διόπερ οἶμαι καὶ ὁ <Πλάτων> τὰς γνώσεις διῄρει τῶν ὄντων ταῖς τε πρώταις καὶ μέσαις καὶ τελευταίαις ὑποστάσεσι.
[52] Cf. *In Eucl.* 3.14 -4.8 y 10.15-11.9.
[53] Cf.In Alc. 21. 14 – 22.3; In Eucl. 10.15 -27. También In Parm. 924.35-38 “y conocemos en todos los casos lo igual por lo igual, mediante el intelecto los inteligibles, por la opinion los opinables, y mediante el conocimiento los cognoscibles” τῷ δὲ ὁμοίῳ πανταχοῦ τὸ ὅμοιον γιγνώσκομεν, νῷ μὲν τὰ νοητὰ, δόξῃ δὲ τὰ δοξαστὰ, ἐπιστήμῃ δὲ τὰ ἐπιστητά.
[54] *In Eucl.* 11.4-7. καὶ ἡ διάνοια τὰς τῶν νοητῶν εἰκόνας θεωρεῖ τὰς ἀπὸ τῶν πρώτων καὶ ἁπλῶν καὶ ἀμεριστῶν εἰδῶν εἰς πλῆθος καὶ διαίρεσιν ὑποβάσας. Si analizamos estos pasajes, veremos que Proclo parece utilizar en algunos momentos de manera unívoca los términos matemáticas y razón discursiva para referirse a los entendibles (διανοητά), y que éste tiene por objeto a las imágenes de los inteligibles, haciendo comprensible para el alma los contenidos del Nous - Dos ejemplos de ello que se observan a simple vista son: el inicio del primer prólogo 3.1-4.14 y 15.16-16.4. En ambos casos Proclo comienza hablando de las matemáticas y termina por hablar de la diánoia como el medio por el cual el alma conoce. Pero si leemos cuidadosamente, en dos ocasiones podemos ver cómo es que Proclo, tal y como apunta MacIsaac, inserta a las matemáticas como parte de la razón discursiva, afirmando en el primer caso: “*Las matemáticas y en general todos los objetos del entendimiento tienen un lugar intermedio*” (*In Eucl.* 4.18-19 τὰ δὲ μαθηματικὰ καὶ ὅλως τὰ

3. Diánoia y los principios racionales como explicación del estatuto ontológico de los seres matemáticos

Como hemos visto, Proclo señalará a la razón discursiva como la facultad que investiga a los seres matemáticos, lo que se debe a la correspondencia entre la facultad y sus objetos. Esta afirmación se enraíza en la interpretación que él realiza de *República*, que le permitirá decir que los objetos matemáticos, como objetos de la razón discursiva, son capaces de hacer múltiple aquello que se encontraba unificado. Esto se debe a la característica principal del Alma cara al Intelecto, a saber, la temporalidad (Siorvanes 2010). Esta diferencia que podemos encontrar expuesta durante sus *Elementos de Teología*,[55] y que hará que mientras que el pensamiento no-discursivo del Intelecto no se encuentre en los límites temporales como la actividad del Alma; en cambio, la actividad de la razón discursiva depende de su capacidad para sintetizar las diferentes formas con el fin de ejercer el raciocinio (cf. *In Eucl.* 54.27-55.2). Mientras que el intelecto es capaz de entender a las formas, siendo de la misma naturaleza que éstas y sin requerir una actividad o argumentos que le permitan llegar a éstos; el alma debe transcurrir entre una forma a otra a través del tiempo y mediante un proceso o actividad, (cf. *In Parm.* 924.26-41) desarrollando definiciones para su comprensión (cf. *In Parm.* 926.14ss).

De acuerdo con MacIsaac esta actividad de la razón discursiva representa dos perspectivas distintas: 1) como una continuidad de la jerarquía espiritual, la razón

διανοητὰ μέσην κεκλήρωται τάξιν,), y "*Las matemáticas… son esencialmente entendibles"* (*In Eucl.* 4.18-19 τὰ δὲ μαθηματικὰ καὶ ὅλως τὰ διανοητὰ μέσην κεκλήρωται τάξιν). Esta distinción es de vital importancia, pues le permitirá a Proclo integrar dentro de la razón discursiva, como el término más amplio, tanto a la ciencia dialéctica como al resto de las ciencias (Cf. MacIsaac 2001 pp.38). Esto nos previene de pensar que las matemáticas posean una identidad unívoca con la razón discursiva y que, por lo tanto, posean la misma capacidad de elevarse hasta los contenidos del intelecto y descender hasta la materia.

[55] Aquí me refiero tanto a la hipóstasis Alma como a las almas particulares. Esto a partir de la oposición que se presenta entre *ET.* Prop. 169 "*Toda inteligencia tiene su existencia, su potencia y su actividad en eternidad"* (Πᾶς νοῦς ἐν αἰῶνι τήν τε οὐσίαν ἔχει καὶ τὴν δύναμιν καὶ τὴν ἐνέργειαν) y *ET.* Prop. 191 "*Toda alma participada tiene una existencia eterna pero una actividad temporal*" (Πᾶσα ψυχὴ μεθεκτὴ τὴν μὲν οὐσίαν αἰώνιον ἔχει, τὴν δὲ ἐνέργειαν κατὰ χρόνον). También cf. Butorac D. (2009). The wandering of the soul: Proclus and the dialectic of the "Parmendies". *Dionysius,* Vol. XXCII pp.36.

discursiva es la procesión de las formas inteligibles en una división espacial; pero también 2) la actividad del Alma que se desenvuelve ella misma como una imagen dividida del Intelecto. Ambas pueden considerarse a la vez como la actividad de la razón discursiva tanto como el Alma desenvolviéndose como desenvolviendo el Intelecto (MacIsaac 2001 p.86) Lo importante que hay que destacar aquí es que ni el Intelecto está por encima del Alma, ni el Alma se encuentra dentro del Intelecto; es decir, que cualquier descripción de la relación entre Alma e Intelecto en términos temporales, espaciales, etc., condena a la jerarquía procleana a la estaticidad, por lo que habrá que advertir que la diferencia entre el Intelecto y el Alma únicamente se puede comprender como el modo en el cual ambos aprehenden a los inteligibles en ellos (MacIsaac 2001 p.90). Esta distinción será vital para comprender cómo la razón discursiva es capaz de desarrollar los contenidos matemáticos. Pues si los principios de la razón discursiva, a partir de los cuales la actividad matemática comienza se ubican en el Intelecto, y es imposible que la razón discursiva aprehenda a estos contenidos (*In Parm.* 880.1ss) volveríamos al problema de *República* y tendríamos que decir que el matemático desconoce sus hipótesis y por lo tanto las matemáticas son una técnica. En cambio, aplicando esta distinción, podremos decir que en el Alma ya se encuentran estos principios racionales -los inteligibles-, es decir, que es la labor del Alma desenvolverlos, y al realizarlo se desenvuelve a sí misma como un intelecto activo (*In Tim*. 244.16-19):[56]

[56] Sobre los tipos de intelecto que existen recomiendo las obras de Edward Butler sobre las mismas, Butler, E. P. (2005). Polytheism and Individuality in the Henadic Manifold. Dionysius, XXIII, 83-104.; Butler, E. P. (2008). The Intelligible Gods in the Platonic Theology of Proclus. Methexis, XXI, 131-143.; Butler, E. P. (2010). The Second Intelligible Triad and the Intelligible-Intellective Gods. Methexis, XXIII, 137-157. y Butler, E. P. (2012). The Thrid Intelligible Triad and the Intellective Gods. Methexis, (XXV), 131-150.

El quinto tipo es la intelección del alma racional. Pues, así como el alma racional se dice que es intelecto, también su conocimiento es un tipo de intelección, esta es la intelección discursiva que implica un aspecto temporal connatural a él mismo.[57]

Otro aspecto relevante sobre esto que nos permite reforzar lo que hasta ahora se ha dicho, es la descripción que se presenta en los pasajes de *In Tim.* en 244.16-20 y 244.24-246.10 acerca de la intelección en el alma racional (ἡ τῆς ψυχῆς τῆς λογικῆς νόησις), así como en 246.10-248.6 acerca de la intelección en la razón (νοερός) como imagen del intelecto (νοοειδής). Este tipo de intelección será tratada por Proclo a lo largo de la misma obra *In Tim.* al momento de explicar el *lógos*, donde, después de describir los sentidos en los que *lógos* fue utilizado por Platón; como opinión (δοξαστικός), científico (ἐπιστημονικός) e intelectivo (νοερός), se centrará en el tercero, a saber, el *lógos* intelectivo (νοερός) como el modo más elevado de la razón discursiva,[58] el cual en su ejercicio se asemeja más a la unidad de los intelectos particulares de acuerdo con el modo de proceder de éste, y se engarza con él a través de la afinidad (*λείπεται ἄρα τὸ ἀκρότατον τῆς ψυχῆς καὶ τὸ ἑνοειδέστατον τῆς διανοίας ἐνιδρύεσθαι τῇ νοήσει τοῦ μερικοῦ νοῦ, διὰ συγγένειαν αὐτῇ συναπτόμενον*),[59] conociendo del modo más simple que puede poseer el alma, ascendiendo hasta su propia indivisibilidad, enraizándose con los intelectos particulares y conectándose con la intelección de dicho intelecto. Como podemos ver, el conocimiento del alma se basa en sus propios principios racionales, los cuales constituyen la esencia del Alma y serán la base de todo el conocimiento científico (cf. Helmig 2012 pp. 205ss).

[57] "πέμπτη δ' ἐστὶν ἡ τῆς ψυχῆς τῆς λογικῆς νόησις· ὡς γὰρ νοῦς έγεται ἡ λογικὴ ψυχή, οὕτω καὶ ἡ γνῶσις αὐτῆς νόησις καὶ μεταβατικὴ νόησις καὶ τὸν χρόνον ἔχουσα συμφυῆ πρὸς ἑαυτήν".
[58] Cf. *In Alc.* 65.20-66.6 y (MacIsaac, D. G. 2011 pp. 47ss) para un estudio más detallado del intelecto-en-el-alma como iluminación (ἐλλάμψις).
[59] Cf. *In Tim.* 246.28-31.

3.1 El estatuto ontológico de los seres geométricos en el segundo prólogo de *In Eucl*.[60]

Hay que señalar que la correlación entre los objetos matemáticos y los objetos de la razón discursiva como hasta ahora expuestos no permiten dar cuenta de los objetos geométricos, dado que éstos, al poseer magnitud, forma y extensión no pueden ser pensados solamente por la razón discursiva. Por eso, durante el segundo prólogo al *In Eucl.*, Proclo relacionará a los objetos geométricos con dos facultades cognitivas, a saber, la razón discursiva y la imaginación; afirmando así que los objetos geométricos son proyecciones (cf. *In Eucl.* 13.6-11; 51-56) de los principios de la razón discursiva *l*ógoi en la imaginación. La tensión de esta aserción recae sobre el término *lógos,* el cual utilizado durante *In Eucl.* no nos da ninguna pista de su significado. Sin embargo, éste lo podemos encontrar desarrollado en *In Tim*. y en *In Parm.* (cf. *In Parm.* 8264-9) donde Proclo explicará su significado a partir de la distinción entre las causas producidas por las formas y las causas producidas por lo principios racionales (*In Parm.* 826.15-18). Esta distinción se basa en la manera en que se entiende la producción causal; por un lado, las causas producidas por las formas son aquellas que consideran a las cosas tomadas como un todo; por el otro, las causas producidas por los principios racionales (λόγοι) se identificarán con el alma y la naturaleza, y son aquellas que consideran a las cosas tomadas como la parte de un todo, en este caso, la extensión, la magnitud o cualquier otro accidente. Es decir, que tanto la extensión, la magnitud y la figura son causadas por los principios racionales en el alma, mientras que lo que *es* algo es producido por la forma (Harari 2006 p.361; cf. Siriano *In Metaph. M-N* 163.11)[61].

---

[60] La presente sección, así como el resto de este capítulo está principalmente inspirado en la obra de Orna Harari "*Methexis and geometrical reasoning in Proclus' Commentary on Euclid's Elements*", lamentablemente después de haber revisado la bibliografía, así como varias fuentes, me he dado cuenta de la falta de exposición de este trabajo, al cual lo encuentro único dentro de la investigación académica de Proclo y por lo tanto de gran valor por el cuidado y detalle de la exposición.

[61] Pues así como el individual es material (pues es solamente en la materia que los principios racionales se dividen y se cortan en segmentos) (ὥσπερ γὰρ τὸ μὲν ἄτομον ὑλικόν (ἐν γὰρ τῇ ὕλῃ μόνῃ μερίζονται καὶ ὥσπερ ἀποτεμαχίζονται οἱ λόγοι).

Esta adición de la imaginación dentro del marco platónico con respecto a los objetos geométricos se establecerá para acomodar la certeza geométrica a la par del razonamiento geométrico, por lo que podemos concluir que la filosofía de la geometría de Proclo es única, ya que ni Platón ni Aristóteles le asignan un valor cognoscitivo a las construcciones geométricas ni a las representaciones diagramáticas; a lo mucho, como vimos durante el primer capítulo, son ayudas visuales que le permiten a la razón discursiva comprender mejor los objetos inteligibles (Harari 2003 p. 362; O'Meara 1989 p. 168-169); pero como ya se explicó, este tipo de conocimiento no será considerado como verdadera ciencia (Cf. *Res.* 527a6-b1; *De Cael.* 279b35). Esta correlación entre los objetos geométricos y los contenidos inmateriales de la razón discursiva, es decir, sus principios racionales le permiten a Proclo considerar a la actividad geométrica como precisa, verdadera y emancipadora de la materia (cf. *In Eucl.* 49.7-24), sin que esto implique que para lograrlo los objetos geométricos no puedan estar separados de una materia subyacente que permita su constructibilidad (Harari 2006 p.362):[62]

> *Pero si los objetos de la geometría se encuentran fuera de la materia, entonces ninguno de ellos tendría partes o cuerpo o magnitud. Ya que las ideas pueden tener magnitud, cuerpo y extensión solamente a través de la materia que es su receptáculo, un receptáculo que acomoda las cosas indivisibles en lo visible, las que no tienen extensión como extenso, las inmóviles como móvil… Todas estas cosas muestran que el objeto de la geometría es divisible y no compuesto por ideas indivisibles" (In Eucl.* 49.24-50.2…50.7-9*)*[63]

---

[62] Esta tesis la podemos encontrar en la exposición del símil de la línea dividida de *República* VI, durante el capítulo 1 de mí investigación. Concentrándonos especialmente en las interpretaciones de (Netz 2003; Mueller 1992). En donde se establecerá el carácter necesario del uso de diagramas durante la demostración geométrica en las matemáticas de la Grecia antigua.

[63] εἴτε ἔξω τῆς ὕλης ἐστὶ τὰ ὑποκείμενα τῇ γεωμετρίᾳ καὶ λόγοι καθαροὶ καὶ χωριστοὶ τῶν αἰσθητῶν, ἀμέριστοι πάντες ἔσονται καὶ ἀσώματοι καὶ ἀμεγέθεις. ἔκτασις γὰρ καὶ ὄγκος καὶ ὅλως διάστασις τοῖς λόγοις διὰ τὴν ὑλικὴν ὑποδοχὴν παραγίνεται, τὰ μὲν ἀμέριστα μεριστῶς. τὰ δὲ ἀδιάστατα διαστατῶς, τὰ δὲ ἀκίνητα κινουμένως δεχομένην… πάντα γὰρ ταῦτα μεριστὴν εἶναι τὴν γεωμετρικὴν ὕλην ἐπιδεικνύουσι καὶ οὐκ ἐν ἀμερέσι λόγοις ὑφεστηκυῖαν.

Esto implicará que la facultad de la imaginación le servirá a Proclo en su filosofía de la geometría como el medio por el cual los objetos indivisibles y simples de la razón discursiva, esto es, los principios racionales, adquieran la divisibilidad y espacialidad necesaria para el razonamiento geométrico. Permitiendo que el conocimiento geométrico, por un lado, se base en los objetos de la razón discursiva, mientras que las pruebas geométricas, por el otro, traten con los objetos imaginados (Harari 2006 p. 362). Lo que Proclo tiene aquí en mente es el pasaje de (*Res.* 510c-511a1) que como hemos visto, es el intento de Sócrates por explicarle a Glaucón cómo el método matemático aun cuando postule hipótesis y realice su demostración a partir de diagramas, tendrá en mente a los objetos *en sí* durante su actividad (Mueller 1992; Netz 2003).

3.1.1 φαντασία como νοῦς παθητικόν

Como vimos, para poder dar cuenta de la naturaleza de los objetos geométricos debemos insertar dentro de la ecuación -principios racionales y razón discursiva- a la imaginación como medio para que puedan ser comprendidos. Durante el segundo prólogo de *In Eucl*. se introducirá la noción de materia inteligible (νοῦς παθητικόν), que por sus características nos recuerda a los pasajes de Aristóteles sobre la materia inteligible (ὓλη νοητή)[64] (Metaph. Z 10, 1036a9-12): "*Y alguna materia es sensible y alguna inteligible, materia sensible por ejemplo bronce y madera, y toda la materia que es mutable; y materia inteligible aquella que está presente en el sensible no qua sensible, i.e. en los objetos matemáticos".*[65] En donde al igual que la materia sensible, ésta no puede ser conocida -por percepción o intelección- a menos que esté informada, es decir, perteneciendo a un compuesto de materia y

[64] Como veremos más adelante, aunque tanto el νοῦς παθητικόν como la ὓλη νοητὴ presenten características similares, eso no significa que Proclo y Aristóteles sostengan la misma teoría sobre este tipo de materia.

[65] ὕλη δὲ ἡ μὲν αἰσθητή ἐστιν ἡ δὲ νοητή, αἰσθητὴ μὲν οἷον χαλκὸς καὶ ξύλον καὶ ὅση κινητὴ ὕλη, νοητὴ δὲ ἡ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς ὑπάρχουσα μὴ ᾗ αἰσθητά, οἷον τὰ μαθηματικά.

forma. La diferencia, al menos, parece sugerir que ésta no puede ser percibida por la sensación, sino por el pensamiento. Este término únicamente parece rastreable en otros tres pasajes, en donde las apariciones del término materia inteligible -ὓλη νοητή- se inscriben en la discusión sobre la definición y la sustancia, es decir *Metafísica K, Θ* y *Z*, y específicamente durante *Metaph. Z* donde se discutirá si la definición de las partes se inscribe en la definición del todo. Es durante uno de estos pasajes que Aristóteles hablará específicamente de la materia con la que se conforman las matemáticas -ἡ τῆν μαθηματιὴν ὓλη- (*Metaph. K* 1059b15-16).

Durante el mismo pasaje, Aristóteles tratará de resolver el problema antes mencionado a partir de los sentidos de substancia, como; materia, forma o compuesto. Sobre los dos primeros sentidos de substancia, basta decir que la materia no pertenece a la definición, mientras que las partes de la forma sí (Helmig 2007 p.56), pero no quedará del todo claro qué es lo que ocurre con el compuesto. Aristóteles aplicará su teoría de la substancia a los objetos geométricos durante (*Metaph. Z* 1035b31-1036a12), considerándolos compuestos de forma y materia, y en donde los objetos geométricos, poseen dos aspectos por ser particulares; forma, que puede ser definida y conocida; y materia, que se excluye de la definición y no puede ser conocida; lo que implicará, e.g. que las partes de un cuerpo geométrico, como los segmentos de un círculo, no entren en la definición (*Metaph. Z* 1035a9-13), mientras que la forma de ese objeto geométrico particular sí pueda conocerse, por lo que el compuesto de materia y forma puede; o percibirse, o adquirirse por algún tipo de proceso mental (νόησις)[66] (Helmig 2007 p. 58). Lo que conlleva a que las líneas, segmentos, radios como partes del compuesto materia y forma, no sean partes de la definición, y por tanto queden excluidos de lo que Aristóteles considera los objetos del conocimiento teorético.

Si bien la materia inteligible puede rastrear en las obras de Aristóteles, Harari expondrá la imposibilidad de considerar la tesis de Proclo (*In Eucl.* 51.17) idéntica a la de Aristóteles (*Metaph Z* 10, 1036a9-12; 1037a4-5; *H* 6. 1045a33-35), ya que

[66] Helmig nos advierte del significado amplio de este término, por lo que Aristóteles nos podría decir que el compuesto de forma y materia inteligible puede ser usado tanto como intuición o pensamiento discursivo.

en Aristóteles al aplicar su teoría de la substancia a los objetos geométricos considerados como un compuesto de forma y materia, en donde dichos objetos al ser particulares tendrán dos características que evitarán que los diagramas posean la validez que Proclo desea otorgarles. Si al ser compuestos, por un lado, poseen forma que puede ser conocida y definida; y materia que queda excluida de la definición y no puede ser conocida, entonces, lo único que puede conocerse de los objetos geométricos es la forma, mientras que el compuesto tendrá que ser percibido o adquirido mediante la intuición. Las partes de las figuras geométricas al ser partes del compuesto y no partes de la definición, quedarán afuera de lo que Aristóteles considera como objetos del conocimiento teorético. A partir de este contraste podemos ver que cuando Proclo hace uso de la materia imaginada para dar cuenta del rol teorético de las representaciones y construcciones geométricas, no podrá hacer uso de la teoría aristotélica, dado que estaría en violación directa de las presuposiciones ontológicas del universal inmanente, que como veremos, posee las características individualizadoras que permiten la distinción entre una instancia y otra (Harari 2006 p.371-372).

3.2 νοῦς παθητικόν en Proclo

La concepción de la materia en Proclo se encontrará a lo largo del *In Parm.* en donde desarrollará su teoría de la materia al distinguir entre el substrato en el que las formas se realizan, de la materia prima en la cual los grados de realidad más elevados se desenvuelven (*In Parm.* 840.4-7):

> *Por lo que aquellos* [haciendo referencia a los platónicos] *que quieren mantener a la materia impasiva mientras participa de las formas la asemejan a un espejo y llaman a las figuras en ella imágenes o reflejos, mientras que aquellos* [haciendo referencia a los peripatéticos] *que piensan en la materia como afectada en el proceso dicen que es configurada como la cera bajo el sello, y llaman a las figuras estados de la materia. Los primeros miran hacia la materia prima al mantenerla impasiva. Dado que la materia prima es simple, desaparecería si sufriera un efecto, pues lo que es simple no puede tener una parte o en sí misma afectada y otra parte diferente permanecer sin cambios. Los otros miran hacia sus características*

corpóreas, pues esta es moldeada por las cualidades de lo que es corpóreo (In Parm. 839.43-840.9). [67]

Bajo su teoría, Proclo afirmará que el substrato, no solamente la forma, afectan al proceso de participación. En esta visión, el substrato en el que las formas se realizan, ya se encuentra modificado por dichos grados de realidad (*In Parm.* 844.11-31; *In Tim.* 387.8-30; *ET* prop. 70-72) los cuales[68] poseen la aptitud (ἐπιτηδειότης) de recibir las formas y al hacerlo permitirán distintas realizaciones de dichas formas, es decir, que aun cuando se mantenga el mismo carácter (ἰδιοτής) el modo en el que se expresará será distinto (*In Parm.* 843.7-13). Si la forma no se viera afectada por la aptitud del sustrato, entonces para Proclo no se podría dar cuenta de las diferencias individuales entre las múltiples manifestaciones de la misma forma (Harari 2006 p.374), por lo que únicamente existiría una pluralización cuantitativa de la forma, mientras que en el caso de las formas siendo afectadas por el sustrato se podrá dar cuenta de las manifestaciones cualitativas de la forma, cualquiera que sea ésta. Es decir, que las características de cada instancia particular podrían ser explicadas en términos de la recepción defectuosa de la forma, resultando de la aptitud del sustrato que participe de ella. Consecuentemente, las diferencias entre particulares pueden ser teoréticamente conocidas, dado que serán evidentes también en el aspecto cognoscible del particular, esto es la forma, o mejor dicho la expresión instanciada de la forma en un particular. En conclusión, la aplicación de este concepto en la geometría le permitirá dar cuenta a Proclo del conocimiento teorético de las características individuales de los objetos geométricos, como son el tamaño o la posición (*In Eucl.* 53.9-18).

[67] Ὅθεν καὶ οἱ μὲν τὴν ὕλην ἀπαθῆ τηροῦντες ἐν τῇ μεθέξει τῶν εἰδῶν, κατόπτρῳ μὲν ἐκείνην ἀπεικάζουσιν, εἴδωλα δὲ τὰ εἴδη καλοῦσι καὶ ἐμφάσεις· οἱ δὲ τὴν ὕλην πάσχειν νομίζοντες τυποῦσθαί φασιν αὐτὴν ὡς τὸν κηρὸν ὑπὸ τῆς σφραγῖδος, καὶ τὰ εἴδη πάθη τῆς ὕλης καλοῦσι· καὶ οἱ μὲν εἰς τὴν πρώτην ὕλην βλέπουσιν, ἀπαθῆ ηροῦντες αὐτήν· παθοῦσα γὰρ ἀποίχοιτ' ἂν ἁπλῆ οὖσα· οὐ γὰρ ἔχει τὸ ἁπλοῦν ᾧ μὲν πάθοι, ᾧ δὲ μένοι· οἱ δὲ, εἰς τὴν σωματότητα· ταύτην γὰρ τυποῦσθαι διὰ τῶν ποιοτήτων σωματικῶν οὐσῶν.

[68] Uno, Límite e Ilimitado, hénadas, Ser y Vida.

Esto se confirmará en la justificación de las definiciones de los objetos geométricos, pues asumirán la prioridad los términos compuestos cara a los términos simples; en estas definiciones lo unidimensional se define por lo bidimensional y lo bidimensional en términos de lo tridimensional (Harari 2006 p.374-375). Es decir, que para Proclo aquellas definiciones que definen a los puntos en términos de líneas y líneas en términos de planos, se vuelven términos simples y limitantes en accidentes contingentes en los términos que limitan. Para ello Proclo tendrá que justificar cara a (*ET* prop. 5) por qué se da preponderancia aquí a lo compuesto sobre lo simple. Su justificación se basa en las mismas definiciones de Euclides que apelan al rol de la materia en la participación, al distinguir entre las formas separadas de la materia y las formas materializadas, bajo el argumento de que en el primer término lo simple es anterior a lo compuesto, mientras que en el último caso es al revés (*In Eucl*. 86.7-16). Esta concepción de materia como hemos visto se apoyará en la noción de participación (μέθεξις), que provee la justificación teórica para las definiciones de Euclides sobre los objetos geométricos, permitiéndoles ser objetos del conocimiento geométrico. La ontología de Proclo, por lo tanto, no requiere de la identificación de los objetos del conocimiento con definiciones universales; sino que requiere que los objetos del conocimiento sean considerados en su particularidad. Como resultado, las diferencias entre los objetos geométricos, que son excluidos en la definición aristotélica, pero que son representados en los diagramas geométricos pueden ser considerados sujetos de la indagación teorética (Harari 2006 p.375).

3.3 μέθεξις en los objetos geométricos

Para poder salvar a la actividad matemática de la postulación de supuestos no comprobables, Proclo basará su filosofía de la geometría principalmente de la noción de participación (μέθεξις), la cual le permitirá explicar cómo la particularidad y la constructibilidad de los objetos geométricos se inserta como una parte necesaria dentro de la actividad científica del matemático.[69] La caracterización de los objetos geométricos como proyecciones de los principios racionales en la imaginación se encuentra en la distinción de tres tipos de universales: (1) los universales inmanentes (κατατεταγμένον) el cual existe en cada instancia específica e individual; (2) los universales trascendentes (προτεταγμένον) que se encuentran separados de los particulares y (3) los universales de origen posterior (ὑστερογενές) que son universales derivados de los particulares por medio de la abstracción o colección, y que sirven como predicados, que existen en nuestros conceptos como una abstracción de instancias particulares (Harari 2006 p. 364; Helmig 2012 p. 209-210):

> *Cada universal, esto es, cada Uno que incluye a muchos, o aparece en los particulares y tiene su existencia en ellos y es inseparable, tomando su lugar en sus filas, moviéndose cuando ellos se mueven y permaneciendo inmóvil cuando están estacionarios* [1]*; o existe antes que ellos y produce pluralidad al ofrecer sus apariencias a las instancias, él mismo permaneciendo indivisible sobre de ellos pero permitiendo a estas derivaciones compartir su naturaleza de manera múltiple* [2]*; o se forma a partir de los particulares por reflexión y tiene una existencia como un efecto posterior, una adición de origen posterior a ellos* [3] (*In Eucl. 50.18-51.6*).[70]

[69] Recordemos que para Platón esta característica, a saber, la dependencia de objetos visibles y su construcción para la demostración, es lo que hace de las matemáticas una técnica y no una ciencia.

[70] πᾶν τὸ καθόλου καὶ τὸ ἓν τὸ τῶν πολλῶν περιληπτικὸν ἢ ἐν τοῖς καθ' ἕκαστα αντάζεσθαι καὶ τὴν ὕπαρξιν ἐν τούτοις ἔχειν ἀχώριστον ἀπ' αὐτῶν ὑπάρχον καὶ κατατεταγμένον ἐν αὐτοῖς καὶ μετὰ τούτων ἢ συγκινούμενον ἢ μονίμως ἑστὼς καὶ ἀκινήτως, ἢ πρὸ τῶν ολλῶν ὑφεστάναι καὶ γεννητικὸν εἶναι τοῦ πλήθους ἐμφάσεις ἀφ' ἑαυτοῦ τοῖς πολλοῖς παρέχον καὶ ἀμερίστως μὲν αὐτὸ προτεταγμένον τῶν μετεχόντων, ποικίλας δὲ μεθέξεις είς τὰ δεύτερα χορηγοῦν, ἢ κατ' ἐπίνοιαν ἀπὸ τῶν πολλῶν μορφοῦσθαι καὶ τὴν ὕπαρξιν ἐπιγενηματικὴν ἔχειν καὶ ὑστερογενῶς ἐπισυνίστασθαι τοῖς πολλοῖς. Esta descripción se encuentra también en *ET* prop. 67 *"Cada todo es o un todo antes de las partes, o un todo de partes o un todo en las partes"* Πᾶσα ὁλότης ἢ πρὸ τῶν μερῶν ἐστιν ἢ ἐκ τῶν μερῶν ἢ ἐν τῷ μέρει. En donde o (2) contemplamos la forma de cada cosa en su causa (ἢ γὰρ ἐν τῇ αἰτία τὸ ἑκάστου θεωροῦμεν εἶδος) (*ET* prop. 67.1; cf. *ET* prop. 65.1-2); o (3) contemplamos la forma en todas las partes tomadas en conjunto (ἢ γὰρ ἐν ἅπασιν ὁμοῦ τοῖς μέρεσι) (*ET* prop. 67.5-6; *ET* prop. 65.17-18); o (1) contemplamos la forma en cada una de las partes, en el sentido en que cada parte se ha convertido en un todo por participación del todo, que causa que la

De acuerdo con esta descripción para Proclo los universales inmanentes se dividirán, en: (1a) universales de los que participan los sensibles y (1b) los universales de lo que participan los objetos imaginados (cf. *In Eucl.*51.6-52.3). De los cuales los objetos geométricos asumirán, de acuerdo con Proclo, dos de los cuatro tipos de universales aquí mencionados, a saber; (2) el universal trascendente y (1b) el universal inmanente del que participa la imaginación. Sobre la exclusión de (3) ya se ha hablado lo suficiente, por lo que no valdrá la pena repetir nuevamente los argumentos esgrimidos por Proclo para mostrar su rechazo. Cabe destacarse que, dentro del marco de esta discusión, Proclo contrastará a las definiciones (2) que sirven como puntos de partida de la demostración con las definiciones (3) que especifican el elemento común abstraído de los particulares (cf. *In Parm.* 981.11-27). Los *lógoi* como (2), no poseen menor intensión que los particulares, puesto que incluyen las propiedades únicas de cada uno; y (3) donde las definiciones comunes son mayores en extensión que los particulares, pero su intensión es menor que la de los particulares; e.g. animal racional no da cuenta de las características particulares de Sócrates (cf. *In Parm.* 891.9-11). Por lo que (2) diferirá de (3) tanto en su contenido como en su estatuto ontológico, al incluir las diferencias específicas y las cualidades particulares de los particulares; mientras que (3) incluye únicamente las propiedades comunes de los particulares. Además de que (2) no es generado y es anterior a las instancias, mientras que (3) es posterior a las instancias.

1. Universales inmanentes
    a. De los que participan los sensibles
    b. De los que participan los objetos imaginados
2. Universales trascendentes
3. Universales de origen posterior.

Lo que implicará que (2) no sean universales en sentido estricto. Puesto que no pueden ser predicados con el mismo nombre y la misma definición en sus varias instancias (*ET*. 100)[71] y en donde esta relación de comunidad (κοινότης) es por

parte sea el todo del modo en el que le es propio al todo (ὡς καὶ τοῦ μέρους κατὰ μέθεξιν τοῦ ὅλου γεγονότος, ὃ καὶ ποιεῖ τὸ μέρος εἶναι ὅλον μερικῶς. καθ' ὕπαρξιν μὲν οὖν ὅλον τὸ ἐκ τῶν μερῶν)(*ET.* Prop 67.8-10; *ET* prop. 65.19-23); cf. Siriano *In Metaph*. 163.3ss.

[71] Cada serie de todos es referible a un primer principio y causa imparticipada; y todos los términos imparticipados son dependientes del primer principio de todas las cosas. (Πᾶσα μὲν σειρὰ τῶν ὅλων εἰς ἀμέθεκτον ἀρχὴν καὶ αἰτίαν ἀνατείνεται, πάντα δὲ τὰ ἀμέθεκτα τῆς μιᾶς ἐξέχεται τῶν πάντων ἀρχῆς). También en, *In Parm.* 880.3-10 La comunidad entre la forma y sus muchas instancias no puede ser únicamente nominal, con el fin de que nosotros tengamos que buscar después, a causa de su nombre común, algún elemento común al uno y a la multitud, pues la unidad es el elemento común en la pluralidad; ni tampoco que tengamos que considerar a la forma singular siendo sinónima con aquello de los

derivación, teniendo como referencia a una sola fuente, pero existiendo entre ellas un orden jerárquico según la simplicidad y poder creativo de cada una (cf. *ET* prop. 62). Mientras que (3) posee un tipo de comunidad predicativa con sus instancias, (2) lo posee de tipo causal, entre ella y sus manifestaciones inmanentes. Como se puede ver en *ET* prop. 19 y *In Parm.* 981.1-6, en donde se establece que los términos primarios están presentes en todas las instancias por igual y en virtud de una definición, es decir, que los términos se predican sinónimamente en las instancias. Por otro lado, en otros pasajes dado que (1) los universales inmanentes están en sus sujetos, éstos incluyen las propiedades individuales y por lo tanto no se realizará idénticamente en cada uno de ellos (Harari 2006 p.369-370). Si observamos *ET* prop. 23 nos daremos cuenta que la propiedad común que está presente en todas las cosas por igual es anterior a ellas, y por lo tanto trascendente, o imparticipada, pero la identidad inmanente o participada es única en cada manifestación: *"Todo lo que es imparticipado produce fuera de sí lo participado; y todas las substancias participadas están ligadas por una tensión ascendente hacia existentes no participados*".[72] A continuación, en *ET* prop. 24 colocará al universal trascendente (2) como anterior al universal inmanente (1) al afirmar que el último término pertenece a un particular y no a todos, por lo que las entidades inmanentes no poseen una definición común, argumentando que ya se encuentran relacionadas unas con otras al ser derivadas de una sola fuente y tener su referencia en ella.

A partir de esto, Harari nos muestra que una interpretación no-predicativa de (1) se encuentra en mejor posición para comprender la postura de Proclo, en donde, los objetos geométricos imaginados, siendo universales inmanentes en la imaginación (1b) no son universales en el sentido estricto; pues incluirán

---

particulares que surgen bajo ella, o tendremos que preguntarnos cúal es el elemento común presente en ambos tipos de seres que son cubiertos por el mismo término. (Ληπτέον δὲ ἐκ τούτων ὅτι τὸ ἓν εἶδος οὔτε κατὰ τὸ ὄνομα δεῖ μόνον κοινωνεῖν τοῖς πολλοῖς, ἵνα μὴ πάλιν διὰ τὸ κοινὸν ὄνομα ζητῶμεν ἄλλο ἕν τι κοινὸν τῷ τε ἑνὶ καὶ τοῖς πολλοῖς, ὥσπερ τῶν πολλῶν τὸ ἓν κοινόν· οὔτε συνώνυμον εἶναι χρὴ τὸ ἐν τοῖς ὑφ' ἑαυτὸ πολλοῖς, ἵνα μὴ πάλιν εἷς ὢν ἀμφοτέρων λόγος ἕτερον ἀπαιτῇ τι κοινὸν ἐπ' αὐτοῖς·) y Siriano *In Metaph. M-N* 163.12 "*el universal es propio del alma"* (τὸ δὲ καθόλου ψυχικόν).

[72] Πᾶν τὸ ἀμέθεκτον ὑφίστησιν ἀφ' ἑαυτοῦ τὰ μετεχόμενα, καὶ πᾶσαι αἱ μετεχόμεναι ὑπόστασεις εἰς ἀμεθέκτους ὑπάρξεις ἀνατείνονται.

características individualizadoras que distinguirán a un particular de otro. Y por el otro lado, si los principios racionales se ven como universales trascendentes (2), éstos no se relacionarán con los objetos geométricos en la imaginación como un universal común, sino solo como una fuente común (Harari 2006 p.370-371).

Proclo basará su teoría de los objetos de la geometría en los universales inmanentes (1) que incluyen las características individualizadoras de los particulares, es decir el compuesto de la forma más el sustrato con una aptitud específica que le permitirá unir en el trasfondo metafísico el *In Eucl.* y el desarrollo de la práctica geométrica. Al dar cuenta de la individualización, y explicar cómo las figuras trazadas de los *Elementos de Geometría* de Euclides pueden ser considerados objetos de la investigación geométrica.

3.4 Προβολή en *In Eucl.*

La teoría de la proyección en Proclo nos permitirá observar cómo es que se relacionan los universales trascendentes (2) y los universales inmanentes en la imaginación (1b). A partir del *In Eucl.* 54.14-55 se explicará la necesidad de proyectar el contenido de la razón discursiva en la imaginación dada la debilidad de la razón discursiva para captar estas realidades. Esta relación entre la razón discursiva y la imaginación implica que los principios racionales no sirven como género y especie en los cuales las instancias particulares están asumidas (Harari 2006 p. 376-377). La proyección (προβολή) de los principios racionales en la imaginación no ejemplifica solo el contenido de la razón discursiva, es decir, no es solamente una instancia que representa al género y la especie, sino que también revelan los contenidos que no pueden ser totalmente aprehendidos por la razón discursiva sola. Las proyecciones de los principios racionales en la imaginación convierten a estos principios en entidades compuestas, extendidas y divisibles. La razón discursiva, entonces, se relacionará con la imaginación como (2) a (1b), por lo que (2) dará cuenta de la comunidad, así como también de las diferentes manifestaciones en (1b). Esta relación entre (2) y (1b) no se establece como una relación únicamente lógica, sino además causal.

3.4.1 Proyección como causalidad en Proclo

La proyección como causalidad en Proclo, se puede ver a partir de *ET* prop. 21[73] donde describe al universal trascendente y a la pluralidad formando un orden que avanza a partir de la unidad hacia la multiplicidad coordinada (σύστοιχος) con esa unidad. Según esta descripción, la unidad y su multiplicidad coordinada se ordenan en una serie sucesiva, en donde la unidad se identifica con (2) y los otros miembros con (1). En esta descripción los miembros de una serie no son subordinados iguales en relación con el primer miembro, sino que cada uno difiere del otro por la posición en la que se encuentren (contrario a *Cat.* 3b33-4a9 se acepta el más y el menos; *ET* 24). El primer miembro de una seria unifica a la serie en dos modos: determina la relación de los miembros de la serie al todo y determina la relación entre ellos.

Este rol doble del primer miembro de la serie está relacionado a la relación causal entre los miembros de la serie. Según este pasaje, los miembros de la serie son causas, el primero de todos, y cada miembro subsiguiente es causa de otro miembro. En *In Parm.* Proclo argumenta en apoyo a la identificación de la causa final con la causa eficiente.[74] Según el argumento la causa final no puede servir como objeto del deseo, a menos que también sirva como la causa eficiente que le da algo a su efecto. Este argumento presupone que una causa puede ser final si y solo si el deseo se alza a partir de la falta y el objeto deseante adquiere algo del objeto deseado. En donde para cumplir con este requerimiento la causa, como eficiente, debe otorgarle algo al efecto y aun así garantizar que el efecto falte de algo.

Esto se puede entender a la luz de ET 28 → 25 → 60.[75] En donde la causa le da al efecto una propiedad que posee, sin hacerlo idéntico. Y en donde el efecto desea

---

[73] Cada orden tiene su principio en una mónada y procede a una multiplicidad coordinada; y la multiplicidad de cualquier orden puede ser llevada hacia atrás hacia una sola mónada. “Πᾶσα τάξις ἀπὸ μονάδος ἀρχομένη πρόεσιν εἰς πλῆθος τῇ μονάδι σύστοιχον, καὶ πάσης τάξεως τὸ πλῆθος εἰς μίαν ἀνάγεται.

[74] Cf. también *ET* 12; *In Parm.* 842.24-32; 788.12-28; 922.1-20; *In Tim* 2.1516; 266.28-267.13.

[75] Leídos en ese orden.

la propiedad que lo hace ser distinto a su causa. En donde el primero produce y el segundo es producido, y en donde el segundo al producir no puede producirse a sí mismo, mientras que la causa de este sí lo puede producir. La identificación de la causa eficiente con la causa final clarifica como (2) unifica a (1), pues (2) produce a (1) como causa eficiente a todos de la misma manera, y (2) unifica a (1) como causa final al determinar la relación entre cada uno de los miembros de la serie. Al poseer el mayor poder productivo (2) sirve como el criterio mediante el cual el poder productivo de (1) puede ser mesurado, es decir, ordena a los miembros de la serie de acuerdo con el número de efectos que son capaces de producir. Por lo que (2) da cuenta de la comunidad, así como también la diferencia entre cada (1). En conclusión: a) el elemento común que preside en las series según Proclo no es un atributo común, sino un modo común de producción. Los miembros de una serie pertenecen a una y la misma serie porque son producidos por la misma causa. b) Los primeros miembros de una serie no unifican a toda la serie, como un término universal unifica a sus instancias particulares,siendo el primer término miembro de la serie, no puede comprehender a los demás miembros (Harari 2006 p.380).

Además, los miembros de la serie no son imitaciones idénticas del primer miembro, por lo que no están igualmente asumidos bajo él. La segunda característica de (2) limita nuestra aprehensión de la unidad de dicha serie, pues siendo una entidad singular, no puede ser conocida en su rol de principio general que unifica la serie a menos que se enumeren sus efectos, dándola a conocer como causa eficiente de los miembros de dicha serie. Ambas características determinan el método mediante el cual el elemento común de una serie puede ser conocido, dado que es un modo común de producción, y dado que no puede ser conocido en su generalidad, el elemento común de la serie se hace cognoscible a través de las imitaciones de sus modos de producción en sus efectos *ET.* 93. Esto nos permite comprender la relación entre la razón discursiva y la imaginación en *In Eucl.* la razón discursiva necesita de la ayuda de la imaginación, dado que es ‘demasiado débil’ para ver los principios de la razón de manera unificada *In Eucl*. 54.27-55.2. Es decir, que la razón discursiva no tiene la capacidad de aprehender (2) como la causa unitaria de cada una de sus manifestaciones. Por lo que la imaginación trae a la luz estos efectos, y le permite a la razón discursiva aprehender las causas. Por lo tanto, en la filosofía de la geometría de Proclo las construcciones geométricas imaginarias juegan el rol de los efectos en la metafísica. Las construcciones geométricas presentan de manera conjunta el poder productivo oculto y unitario de (2) *In Eucl*. 56.10-15.

El análisis de esta relación entre (2) y (1) y la razón discursiva y las manifestaciones de ésta en la imaginación clarifican por qué las representaciones diagramáticas y las construcciones son de gran valor teorético en la filosofía de la geometría en Proclo. Pues afirma que las formas geométricas como (2) no pueden entenderse por sí solas, sino solamente a partir de la explicación del poder productivo oculto en la imaginación como la relación entre (2) y (1). En donde se asume la noción de conocimiento geométrico en el que la producción y construcción actual desenvuelve el modo de generación de los objetos geométricos, permitiendo así el conocimiento teorético de sus causas (Harari 2006 p. 382):

> *Justification of constructive procedures is thus made possible in Proclus' philosophy on the basis of three themes central to his metaphysics: the replacement of later-born universals with universals in the particulars, which accounts for the individuality of geometrical objects; the ascription of creative power to the transcendent form, which accounts for their constructability; and the occult nature of causes, which accounts for the indispensability of geometrical constructions by excluding the possibility of purely intellectual apprehension of causes in geometry* (Harari 2006 p. 382).

Conclusión

Lo primero que se debemos apreciar a partir de este capítulo es aquello que se mencionó durante la introducción a la investigación, esto es, que para poder reconstruir la doctrina de Proclo se requiere de la unificación de sus obras. Pues, como vemos aquí gran parte de los supuestos epistemológicos y ontológicos necesarios para la reconstrucción de su filosofía de la geometría se encuentran dispersos en varias obras. Tal dispersión, sin embargo, no resulta en una labor difícil, ya que a lo largo de su obra podemos encontrar un hilo conductor y una consistencia que unifican su pensamiento y facilitan su interrelación. Hay que destacar que eso no significa que dicha reconstrucción esté libre de complejidades, ya que como hemos visto, Proclo es capaz de observar los mismos problemas desde perspectivas diferentes, ya sea a partir de su causa, como efecto, como miembro de una serie, etc., lo que implicará un esfuerzo por nuestra parte para poder "observar" su pensamiento desde distintas posiciones dentro del mismo.

Lo segundo que debemos notar es el uso de Aristóteles, que como también ya se mencionó, resuena a lo largo de su obra, pero no por eso podemos asignarle una identidad dentro del pensamiento de Proclo, esto es, que resulta imposible en la mayoría de los casos asignarle a partes de su pensamiento una herencia Aristotélica, o al menos una herencia directa, puesto que sí posee un gran parecido de familia, y lo que es más, una estructura en su pensamiento que sin duda se debe a su estudio del estagirita. Sin embargo, aquí ya podemos valorar el porqué de la discusión acerca de la *armonía* entre Platón y Aristóteles, pues, por un lado, como ya se mencionó el lenguaje que utiliza Proclo es indudablemente de origen aristotélico; pero por otro, la dirección que toma su pensamiento y los problemas que busca resolver son de origen platónico. En donde la raíz del problema se cierne a la pregunta ¿qué debemos entender por ese origen platónico? Es decir, como problemas y doctrinas que encuentran su nicho únicamente en la Academia, o que compartieron tanto la Academia como Aristóteles, ya que, si bien no encontramos en el segundo una filosofía de las matemáticas, y menos aún, una filosofía de la geometría, no podemos pensar por eso que haya tratado, aunque sea secundariamente, estos problemas.

Por último, y lo tercero que debemos atender es a su doctrina sobre la geometría. La cual, aunque ya haya aparecido en Jámblico y Siriano es aquí donde la encontraremos, de acuerdo con O'Meara, del modo más organizado. Por eso es importante remarcar que en Proclo encontraremos la doctrina de la imaginación productiva que fue única en la antigüedad, la cual es capaz de otorgarnos conocimiento sin la necesidad de la senso-percepción. Esta doctrina, por ejemplo, será de gran relevancia para Johannes Kepler, pues le permitirá estructurar su filosofía de las matemáticas.[76] Además, esta doctrina no solo atiende unívocamente a la filosofía, sino que además busca expandir el conocimiento geométrico, pues como veremos más adelante, Proclo fue quien propuso el sistema de división de las proposiciones en Euclides. Y Además realizó la división de las proposiciones que se utiliza hasta nuestros días.

[76] Cf. Claessens, G. (2011). Imagination as Self-Knowledge: Kepler on Proclus' "Commentary on the First Book of Euclid's Elements". *Early Science and Medicine,* 16(3), 179-199.

Capítulo 3 La ciencia geométrica en *In Eucl.*

1. La ciencia matemática: solución a la crítica de algunos sobre que las matemáticas no son una ciencia.

Como se vio en el estudio de los pasajes de *República* (*Res.* 510b-d; 533c-e) las matemáticas son para Platón una actividad que por su proceder son inferiores a la dialéctica, a tal grado, que las nociones de ciencia y arte dejan de ser términos intercambiables. Esto conllevará a que las matemáticas, aparentemente, pierdan su estatuto de ciencia por carecer del conocimiento de sus principios; que como ya se había explicado, se distinguen durante estos pasajes de las hipótesis que el matemático utiliza. Durante su *comentario*, Proclo tratará de responderles a aquellos que, tomando lo dicho en *República* interpretan esto como una prueba de por qué Platón desacredita a la actividad matemática como un tipo de conocimiento científico. Para ello, dará dos argumentos que le permitirán demostrar por qué esta suposición es errada, y en qué sentido se debe entender lo que Platón quiso decir durante estos pasajes. El primer argumento afirmará que, si bien Platón durante *República* no llamará a las matemáticas ciencias, durante otras ocasiones en *República* sí lo hará; y además en otros *diálogos* elogiará a las matemáticas, pues elevan y purifican el alma (*In Eucl.* 29.14-30.7; *In Eucl*. 25.15-29.14).

Esta función catártica de las matemáticas me parece de vital importancia para el estudio de la filosofía de las matemáticas en Proclo, puesto que nos permite ver cómo se inserta este estudio dentro del marco general de la educación filosófica en el neoplatonismo, que hará resonar la famosa frase inscrita en el pórtico de la Academia. Además, nos permite aproximarnos no solo al problema del fundamento de las matemáticas, es decir, al interés por mostrar qué tipo de naturaleza poseen los objetos de esta ciencia, sino que también nos sirve para responder a la pregunta ¿por qué es tan relevante su estudio y para qué? A modo de ejemplo, y para mostrar mi punto, quisiera referirme al artículo de G.E.R Lloyd (Lloyd 1992). En este artículo Lloyd tratará no solo de reivindicar a Platón como un matemático competente a través del estudio del problema matemático presentado en el *Menón*, tarea que lleva a cabo ante las críticas a la oscuridad de los planteamientos con los que Sócrates trata de enseñarle a un esclavo a resolver un problema matemático; sino que además, mostrará cómo este desarrollo “oscuro”, que poco a poco se va clarificando, posee un valor importantísimo para mostrar cómo debe ser la educación filosófica que Platón tenía en mente.

El argumento de Lloyd se basará en demostrar que la intención de Platón es la de mostrarnos cómo el conocimiento llega a un punto donde las fuerzas de uno se agotan, y en donde se requiere de un proceso de enseñanza, el cual no nos presenta la totalidad de la información, sino que, a partir de modelos más simples, e inclusive equivocados, el maestro enseña de manera progresiva verdades que nos llevan a un proceso ascendente, en donde los nuevos aprendizajes se ven refutados por los nuevos, y así sucesivamente, pero en donde en cada escalón aprendemos algo que nos permitirá ascender al siguiente. Del mismo modo, esta es la intención de Proclo al jerarquizar a las matemáticas dentro del proceso de aprendizaje del hombre, en donde, partiendo del conocimiento del mundo se podrá ir progresando, poco a poco, hasta el tipo de conocimiento más elevado al que podemos aspirar; y en donde las matemáticas jugarán un papel de suma importancia para el ascenso pues, como muestra Proclo en *In Tim* 246.28-31 el pensamiento discursivo posee diversos momentos en los cuales, como se ha visto, se desenvolverá para captar diversas realidades;[77] desde aquella que se encuentra mezclada con la cognición (γνῶσις) irracional de la senso-percepción, hasta aquella que se encuentra ligada al conocimiento intuitivo para lo cual será necesaria la preparación del hombre tal y como se expone durante *In Parm.* 630-640 sobre los diversos estados en el aprendizaje de la dialéctica. Es decir, que el alma posee diversos modos de conocimiento que le permiten observar diversas realidades, pero el hombre debe entrenarse para poder desarrollar dichas capacidades asiéndose de los modos anteriores para prepararse en las actividades superiores.

[77] Como se ha explicado durante la sección 3 del capítulo 2; los modos de cognición son razón opinativa (δοξαστικὸς λόγος), razón científica (ἐπιστημονικὸς λόγος) y razón intelectiva (νοερὸς λόγος).

Por ello, durante el capítulo VII del *In Eucl.* Proclo explicará la función y procedimiento de las matemáticas generales, con la finalidad de comprender cuál es su competencia y cuál es el valor catártico de la misma. Durante este capítulo, Proclo considerará tres cosas acerca de las matemáticas generales: (a) en primer lugar sobre su función (ἒργον), que como ya había explicado anteriormente es el pensamiento discursivo (τὸ διανοητικόν); y como tal se distingue del pensamiento noético (τὸ νοερόν), de la opinión (δόξα) y la sensación (αἲσθησις) (*In Eucl.* 18.10-11) pues, si bien esta función comienza a partir de la observación de los objetos sensibles, esto sirve únicamente para hacerle recordar aquellas ideas que posee en sí, por lo que las matemáticas en su aplicación sobre realidades inferiores podrán proyectar sus contenidos sobre las cosas sensibles, como es el caso de la mecánica o la óptica; mientras que la función de las matemáticas vistas en su ascenso nos permitirá en última instancia aproximarnos a la teología y la ciencia del ser -dialéctica-. Con lo que es posible, nuevamente determinar la función de las matemáticas como el modo primario de asceso del conocimiento desde los sensibles hasta las Formas. (b) Esto se debe al poder (δύναμις) de la matemática general, pues como muestra Proclo posee dos poderes; el primero nos permite desarrollar sus principios hacia la pluralidad y abrir camino a las distintas áreas de la especulación. Mientras que el segundo permite conjuntar los resultados de la especulación y, regresar estos contenidos a las hipótesis correspondientes, pues como dice Dillon (Dillon 2013 p.211): '*since dianoia is subordinate to the principles of the One and the Many, the Limit and the Unlimited, the objects which it grasps ocuppy a middle position between indivisible forms and sensible things which are completely divisible. Thus Proclus finds it plausible (εἰκότως) that the cognitive powers involved in the general science of such objects should also appear as twofold (διπλαῖ πεφήνασιν)'*. Esto es que, en matemáticas generales, al menos para Proclo, entrarán en juego los procesos de análisis y síntesis, con los que podremos unificar la pluralidad y dividir la simplicidad en diversidad. Pasando, por un lado, de lo general a lo particular; y por otro, de lo particular a lo general.

Aquí la función de las matemáticas como intermediaria y no solo como intermedia se ve claramente, pues como ciencia permitirá conectar el discurso a partir de las

Formas hasta la Naturaleza en un camino de descenso, y para nosotros con mayor importancia, el camino inverso desde lo sensible para ascender a la aprehensión de las Formas puras del ser. (c) Por lo que como conclusión Proclo anclará en el objetivo de la actividad (ἐνέργεια) de las matemáticas generales será: "la rotación del ojo de nuestra alma" partiendo en lo sensible y los datos que éstos nos arrojan, para ascender desde lo más imperfecto hasta lo más perfecto. Sobre la utilidad de las matemáticas Proclo continuará en el cap. VIII describiéndola en razón de las diversas ciencias y artes. Para explicar esto, Proclo repetirá la misma fórmula de *República*, al utilizar la metáfora del ojo del alma para mostrar la importancia de la educación matemática para el filósofo, pues es a partir de ello que éste podrá realizar la transición intelectual del conocimiento sensible, hacia las formas; es decir, desde la razón opinativa hasta la razón intelectiva. Preparando al filósofo hacia su ascenso, despertando el alma y reviviéndola otra vez en su visión del Ser, entendido como la primera hipóstasis. Gracias a ella, el alma que se encontraba prisionera por la materia y con su atención fija a ella podrá, a partir de imágenes,[78] tornar la vista hacia realidades inmutables. Todo ello se debe a las características del conocimiento matemático, que como hemos visto, son más próximas al mundo inteligible y el único modo de acceso a él.[79]

El segundo argumento, que será el que posea mayor valor para nosotros, resonará a lo largo de la investigación, ya que muestra cómo para él las matemáticas son una forma específica de ἐπιστήμη. Para ello, lo primero que hará será definir "ciencia" como cualquier tipo de conocimiento de los universales (*In Euclid.* 30.11-13.): '*Platón muchas veces se refiere por ciencia, por así decirlo, al conocimiento de lo universal*'.[80] A partir de lo cual realizará una triple división de este tipo de conocimiento; primero según aquellas que conocen sus causas de aquellas que las ignoran, y llamando a las primeras ciencia -ἐπιστήμη- y a las segundas rutina -ἐμπειρία-. Concluyendo (*In Eucl.* 31.2-3.): '*Por lo tanto, cualquier*

[78] Sobre el uso de imágenes en las matemáticas cf. 3.1 y 3.4 de esta investigación.
[79] Cf. inciso 1 y 2 del capítulo 2.
[80] ἐπιστήμην ὁ <Πλάτων> πολλαχοῦ μὲν προσαγορεύει πᾶσαν ὡς εἰπεῖν οὕτω τὴν τῶν καθόλου γνῶσιν.

forma de conocimiento que conoce la razón y la causa de las cosas que conoce es una ciencia'.[81] Distinguiendo, en segundo lugar, entre aquellas que buscan conocer por medio de conjeturas y hacia algo particular, de aquellas que tratan de conocer al ser inmutable, y llamando a las primeras artes -τέχναι-, y a las segundas ciencia. Por último, a estas ciencias las distinguirá según aquella que no parte de hipótesis, de aquellas que sí parten de hipótesis, con lo que concluirá: '*La ciencia no-hipotética de todas las cosas asciende hacia el Bien, hacia la causa superior a todo, haciendo el Bien la meta de su ascenso, pero aquella que muestra lo que se sigue de puntos de partida previamente determinados, no se eleva hacia un principio, sino a una conclusión*' (*In Euclid.* 31.14-19).[82]

Por lo que tanto la dialéctica como las matemáticas son para Proclo ciencias, y a partir de esto interpretará estos pasajes de *República* como no contradictorios con la doctrina de Platón, sino que estando en armonía con ella profundizará en la comprensión de lo que se deberá entender por ciencia; en primer lugar, la dialéctica como la ciencia no-hipotética y aquellas ciencias distintas a ésta por ser hipotéticas. Y, en segundo lugar, distinguirá a la dialéctica como aquella ciencia que tiene en sí misma el conocimiento de su principio, de aquellas ciencias que no poseen en sí mismas el conocimiento de su principio, sino a las que la dialéctica les dona su principio. Durante este pasaje Proclo repite dos veces esta fórmula: (*In Euclid.* 31.22-25) '*Pues la ciencia real es una, la ciencia por la que podemos conocer todas las cosas, la ciencia desde la cual llegan los principios de todas las otras ciencias, algunas inmediatamente y otras más alejadas'.*[83] Y (*In Euclid.* 32.5-8) '*ni que él* (Platón) *afirma que las matemáticas son ignorantes de sus propios principios, sino*

[81] πῶς ἂν εἴη ἐπιστήμη. καὶ πᾶσα ἄρα γνῶσις λόγον ἔχουσα τῶν γνωστικῶν καὶ αἰτίαν ἐπιστήμη τίς ἐστιν.

[82] καὶ τὴν μὲν ἀνυπόθετον τῶν ὅλων εἶναι γνωστικὴν μέχρι τοῦ ἀγαθοῦ καὶ τῆς ἀνωτάτω τῶν πάντων αἰτίας ἀναβαίνουσαν καὶ τῆς ἀναγωγῆς τέλος ποιουμένην τὸ ἀγαθόν, τὴν δὲ ὡρισμένας ἀρχὰς προστησαμένην ἀπὸ τούτων δεικνύναι τὰ ἑπόμενα αὐταῖς οὐκ ἐπ' ἀρχὴν ἀλλ' ἐπὶ τελευτὴν ἰοῦσαν.

[83] μία γὰρ ἡ ὄντως ἐπιστήμη, καθ' ἣν τὰ ὄντα πάντα γινώσκειν πεφύκαμεν, καὶ ἀφ' ἧς πᾶσαι αἱ ἀρχαὶ ταῖς μὲν ἐγγυτέρω τεταγμέναις, ταῖς δὲ πορρωτέρω.

que dice en vez que toma sus principios de la ciencia más alta, y tomándolas sin demostración, demuestra sus consecuencias'.[84]

2. La dialéctica como ciencia superior a las matemáticas.

Una vez establecida la diferencia entre Platón y Proclo acerca de la división del conocimiento pasaremos a estudiar los movimientos de la razón discursiva dentro del marco del *In Eucl.* Durante el capítulo diez del primer prólogo al *In Eucl.* Proclo identificará la actividad de la razón discursiva con las ciencias (ἐπιστήμαι), distinguiendo entre aquellas ciencias que por su proceder dejan sus hipótesis sin examen, y aquella que estudia sus hipótesis. Argumentando que en esta dicotomía Platón distinguió entre la dialéctica, que al examinar sus hipótesis ascendía hasta los primeros principios y el Bien como último término. Y aquellas que tomando tales hipótesis sin examen descendían a partir de ellas para demostrar lo que se sigue de ellas (*In Euclid.* 31.22-25). Esta distinción conlleva a la razón aparente por la que Platón en *República* no llama a las matemáticas ciencia (*Rep.* 533b-d.), pues se debe únicamente, como ya dijimos, a la intención de Platón por distinguir a la ciencia dialéctica y a las demás ciencias por la deuda de las segundas con respecto de la primera, es decir, por el grado secundario de las ciencias hipotéticas con respecto a la ciencia no-hipotética por requerir de ella sus principios.[85]

Bajo el mismo tenor, se sigue lo dicho por Proclo en el capítulo XIV del primer prólogo de *In Eucl.*,[86] donde establecerá la relación de subordinación entre las matemáticas y la dialéctica. Para ello, y retomando nuevamente a Platón como

---

[84] μηδ' ὅτι τὰς οἰκείας ἀρχὰς ἀγνοεῖν αὐτήν φησιν, ἀλλ' ὅτι παρ' ἐκείνης λαβοῦσαν καὶ ἀναποδείκτως ἔχουσαν ἐκ τούτων τὰ ἐφεξῆς ἀποδεικνύναι.

[85] Cf. *In Eucl.* 31.9 - 32.7. Es interesante ver esta relación entre las ciencias hipotéticas y la ciencia no-hipotética cara al estudio de Dillon mencionado anteriormente pues mostrará una doble relación entre las matemáticas y la filosofía, especialmente la dialéctica. Por un lado y desde la doctrina de Proclo, las matemáticas para su correcta operación han de tomar de la dialéctica sus principios. Por el otro y visto desde afuera de la doctrina de Proclo, parece que las matemáticas son el paradigma del sistema filosófico, es decir, que la filosofía se inspiró en el método matemático como el método a seguir en el desarrollo de esta ciencia.

[86] *In Eucl.* 42.15-45.

autoridad Proclo señalará que, así como la intelección se coloca sobre (ὑπερίδρυται) la razón discursiva, también la dialéctica se alza sobre las matemáticas. La razón de ello se basa en la contribución de la dialéctica en otorgarles su poder intelectual para su perfección, juicio y su desarrollo. (*In Eucl*. 42.12 – 43.1) "*También la dialéctica, la parte más pura de la filosofía, se extiende sobre las matemáticas y abarca todo su desarrollo, y de sí misma la da y a las ciencias todo tipo de perfecciones, juicios y poderes intelectuales*". Según esto parece que Proclo tiene la idea de que las ciencias hipotéticas dependen enteramente de la dialéctica al darles los procedimientos de análisis, división, definición y demostración que las matemáticas utilizarán en conformidad con el entendimiento matemático.

En conclusión, lo que quiere señalar Proclo a lo largo de la relación entre las matemáticas y la dialéctica desde el camino ascendente, es que la dialéctica perfecciona lo intelectual en ellas, hace más irrefutable lo exacto en ellas, confirmando la estabilidad de lo que han establecido y refiriendo lo que es puro e incorpóreo en ellas a la simplicidad e inmaterialidad del Nous, clarificando los primeros principios a través de la definición y explicando la diferencia entre géneros y especies dentro de su objeto y enseñando los métodos de la síntesis para obtener las consecuencias de lo que se sigue de los principios, y el análisis para elevarse hacia los primeros principios.

3. La función de las matemáticas: metábasis y analogía

Para poder comprender cómo es posible que las ciencias sean capaces de relacionarse entre sí, quiero referir al trabajo de Marjie Martijn "*Prolcus on Nature and Its Methods in Proclus' Commentary on Plato's Timaeus*' en donde resume: '*Proclus' position on the mathematization of nature, as it comes to the fore in his commentary on the Timaeus, is a sophisticated sequel to the views held by his predecessors Iamblichus and Syrianus. He mantains that, since the structure of physical reality is mathematical, we do need mathematical explanations of the physical, but for a full understanding of the physical world mathematical explanations* *are not sufficient"* (Martijn 2010 p. 172).[87] Para profundizar en esto habrá que ver qué es lo que Proclo dice en su *In. Tim.* sobre la utilidad de las matemáticas para la investigación física, tomando en cuenta la necesidad de recurrir a este tipo de explicaciones, sin que por ello exista una suficiencia en la explicación matemática para dar cuenta de los fenómenos físicos.

En lo siguiente, Martijn tratará de explicar los puntos (i) los límites de la explicación matemática para dar cuenta de los fenómenos físicos, y (ii) la necesidad de tomar en cuenta la explicación matemática para dar cuenta de los fenómenos físicos. Tomando en cuenta el pasaje de *In Tim.* II 23.25-33 Martijn sostendrá que para la investigación física en su relación con el estudio de las matemáticas existirán tres argumentos distintos, a saber; 1) un argumento ontológico, 2) un argumento ontológico y epistemológico, y 3) un argumento epistemológico. De estos excluirá a (1), esto es, realizar una explicación física únicamente a partir de las matemáticas, rechazando así la idea sostenida en la crítica de Aristóteles a los Pitagóricos sobre la teoría de los sensibles como sustancias formadas a partir de números con magnitud (Martijn 2010 p. 180). Sobre (2), esto es, que la investigación física, por la naturaleza de sus objetos, no permite la exactitud y firmeza del estudio matemático, Martijn sostendrá que si bien es una reformulación del argumento (1), especifica la interacción entre las matemáticas y la investigación física al distinguir, por un lado, las propiedades de los objetos pertenecientes a cada ciencia, y por lo tanto, el modo de explicación que cada ciencia posee sobre sus objetos,[88] por lo que la aplicación de las matemáticas a la filosofía de la naturaleza no es posible *inmediatamente,* sino a través de la analogía como medio para comprender la relación estructural entre ambas, a partir de la consonancia de la física con la matemática (Martijn 2010 p. 180-182).

Sobre el argumento (3) esto es, la posibilidad de transferir de una ciencia a otra elementos para la demostración, Martijn explicará que si bien Proclo tiene en mente la obra lógica de Aristóteles sobre la demostración,[89] en la cual dado que cada

[87] Cf. *In. Tim.* II 23.9-17.
[88] Cf. también *In Euclid.* 3.7-14.
[89] Cf. *APo* I.

ciencia demuestra a partir de los atributos de su objeto, distintas ciencias no comparten un mismo término medio, y por lo tanto la combinación de proposiciones entre ciencias distintas es imposible (*APo* I 75a38-75b; I 7637-38). Mas en el caso que nos concierne nos advierte Martijn que sí existe la posibilidad de tal μετάβασις. Pues si un género es inferior al otro en algún modo, los atributos de tal género se deben al género superior y pueden ser probados por tal género superior (Martijin 2010 p. 183).[90] Por ello Martijn advertirá que Proclo al mencionar esta regla no tiene en mente la μετάβασις para señalar la autonomía de las ciencias, sino que, dado el orden jerárquico de la ontología y epistemología neoplatónica, lo que trata es evitar la transposición de cada ἐπιστήτα a las demás ciencias: "*Instead, its new function is to prevent the collapsing of all sciences into one another by pointing out that one cannot transport (μεταφέρειν) the pieces of knolwedge (ἐπιστήτα) concerning one domain (in the more narrow sense of a particular level or part of reality) as such to another genus"* (Martijn 2010 p. 184).

En conclusión, para poder comprender la interacción entre las diversas ciencias, hay que comprender el orden jerárquico existente de las ciencias para el neoplatonismo. Y específicamente en Jámblico, Siriano y Proclo; la imposibilidad de migrar de un plano a otro, sin que por ello se sostenga una total autonomía entre las diversas realidades y las ciencias correspondientes, sino que al contrario, las ciencias correspondientes y las diversas realidades responden en última instancia a una realidad y ciencia primera; y a su vez entre las realidades y las ciencias existe un orden de superioridad e inferioridad que ha de ser respetado para poder comprender la *interacción* y la *presencia* de las realidades entre sí. Por lo tanto, tal interacción es posible dada la dependencia jerárquica de las distintas realidades; dependencia que en el caso de las ciencias es posible dada la función analógica entre las propiedades, en este caso particular, de las propiedades y funciones de los seres físicos y las propiedades y funciones de los objetos matemáticos.

[90] Cf. también *In Euclid.* 10.

4. Crítica de Proclo a la inducción

Como se ha visto, la noción de imagen (εἰκών) posee gran importancia para la descripción del objeto matemático, pues tanto en *República* como en *In Eucl.* éste será el grado ontológico que tanto Platón como Proclo les asignan a mencionados objetos. A primera vista, lo que ambos quieren señalar es que los objetos matemáticos, esto es, aquello a partir de lo cual el matemático desarrolla su conocimiento es una grafía. Es decir, que los objetos matemáticos como los triángulos, círculos, líneas o números son signos que ayudan al matemático a desarrollar su demostración y como tales quienes las realizan, ya sea un geómetra o un aritmético, saben que no están demostrando esta o aquella figura o número, sino lo que representan.[91] Por lo que tanto en la doctrina de Platón como en la de Proclo de esta explicación surgen dos preguntas que se deben realizar para comprender cabalmente la noción de objeto matemático como imagen. Por un lado, debemos preguntarnos de qué es imagen, cuestión que será tratada en lo inmediato y, por el otro, cómo surge dicha imagen, cuestión con la que finalizaré esta sección.

Para responder a la primera pregunta, mencionaré las posibilidades que Proclo a lo largo *In Eucl*. señalará, a saber; a) que los objetos matemáticos son imágenes de los cuerpos sensibles, b) que los objetos matemáticos son imágenes del Alma y c) que los objetos matemáticos son imágenes del Alma y el Nous. Es sobre la primera y tercera posibilidad en donde el mayor interés se ha depositado a lo largo del cuerpo de textos que estudian a este autor; pues, por un lado, la tercera posibilidad, esto es, que los objetos matemáticos son imágenes del Alma y el Nous es la postura correcta de acuerdo con Proclo. Y la primera posibilidad, es decir, que los objetos matemáticos son imágenes de los cuerpos sensibles, es la postura que sostuvieron los filósofos peripatéticos. Proclo durante dos de sus comentarios, a saber, el *In Eucl.* y el *In Parm.*, atacará a quienes sostienen a la inducción como el proceso mediante el cual el Alma deriva los *logoi* o Formas con las que piensa (cf. *In Eucl.* 12.2-16.16 y *In Parm.* 892.36-894.34), llamando a estas Formas o *logoi*

[91] Cf. Res. 510d5-511a1 y *In Eucl.* 55.10-56.1.

durante *In Eucl.* 892.21-34 'Formas o razones de origen posterior' (ὑστερογενὲς εἶδος). Como señala el profesor Gregory MacIsaac en su obra, para Proclo estos conceptos de origen posterior no son negados, sin embargo, nos advierte su origen no son los objetos de la sensibilidad, sino a partir del Alma y el Nous. Tales Formas de origen posterior serán universales *ante rem*, esto es, universales en el alma y causa de los particulares. Para probar esto, Proclo dará una serie de argumentos a lo largo del pasaje de *In Eucl.* 12.2-15.15 en contra de los ὑστερογενὲς εἶδος como derivados de la sensación (MacIsaac 2014 p. 31-40), pues considerarán que tales conceptos serían deficientes o imágenes de los sensibles.

Esta noción de conceptos de origen posterior se encontrará por primera vez en las obras de Aristóteles de *De Anima* A 402b7-8 y en *Metafísica* N 109a29ss, de donde pasará a la posteridad este término como lo conocieron en el neoplatonismo, Helmig nos indica que fue gracias a Alejandro de Afrodisias que ὑστερογενές adquirió este significado (cf. Helmig 2012 p. 31-40). Según MacIsaac los argumentos que dará Proclo en *In Eucl.* se dividen *grosso modo* en tres, a saber: la claridad relativa de los objetos matemáticos y los objetos de la sensación (cf. MacIsaac 2001 p. 35), la precisión de la demostración a partir de premisas universales, en vez de premisas particulares y una reducción al absurdo si se supone que el Alma se subordina ontológicamente al Cuerpo (MacIsaac 2001 38-40). Para ello, Proclo describirá los modos posibles mediante los cuales uno podría obtener a partir de los objetos de la sensación conceptos matemáticos. El primer modo que será descrito por Proclo es el de la abstracción (ἀφάιρεσις), proceso mediante el cual el alma observará las características matemáticas en los objetos sensibles, como, por ejemplo, la triangularidad, la cuadratura o circularidad de los cuerpos, y a partir de ella conformará a los objetos matemáticos en el alma. El problema de esta teoría, según él, se debe a la imposibilidad de obtener de los objetos de la sensación la precisión y el carácter irrefutable (ἀνέλεγκτον) que sí poseen los objetos matemáticos. Por lo que o le atribuimos a los objetos de la sensación estas perfecciones, cosa que para él será imposible,[92] o estas perfecciones deberemos otorgárselas nosotros mismos.

Esta crítica a la abstracción se basa en la suposición con la que, de alguna manera al sustraer la imprecisión de los objetos sensibles, el alma se quedará con un objeto del pensamiento estable y preciso (MacIsaac 2001 p.36), pero ello supondría que quienes asumen el proceso de abstracción como el medio para adquirir conceptos matemáticos aceptarían una doble naturaleza de los objetos sensibles. Por un lado, poseen una naturaleza estable subyacente y por lo tanto matematizable; y por el otro, una naturaleza inestable que puede ser removida. El argumento que esgrime Proclo se basará en el pasaje de Aristóteles de *Analíticos Posteriores* I, 2 en donde Aristóteles afirmará que el principio de la demostración es verdadera, primera, inmediata, más cognoscible, anterior y causa de la conclusión,[93] por lo que la conclusión presentará una verdad eterna e inmutable,[94] pero negará que la adquisición de dichos principios se dé a partir de la inducción, tal y como propone Aristóteles en *An. Post.* II 19 100b3-5, pues entonces caeríamos en contradicción. Ya que Proclo y su maestro Siriano entenderán como principio de la demostración en un carácter de prioridad ontológica, la cual, de acuerdo con la lectura de Aristóteles se perderá junto con el poder causal de los principios, pues como dirá Siriano en su *Comentario a la Metafísica*:

> *¿Por qué razón, entonces, serán los axiomas más claros y más cognoscibles que los seres más particulares que son sujetos a demostración, si de hecho debemos establecerlos, como no siendo previamente existentes, a través de la inducción mediante seres inferiores? (In Metaph. 161.24-29).*[95]

[92] Cf. *In Eucl.* 12.19-13.1.
[93] Arist. *An. Post*. I, 2, 71b20-22 ἐξ ἀληθῶν τ’ εἶναι καὶ πρώτων καὶ ἀμέσων καὶ γνωριμοτέρων καὶ προτέρων καὶ αἰτίων τοῦ συμπεράσματος.
[94] Cf. Arist. *An. Post*. I, 8.
[95] διὰ ποίαν δὲ αἰτίαν ἔτι σαφέστερα ἔσται καὶ γνωριμώτερα τῶν μερικωτέρων καὶ ἀποδεικτῶν τὰ ἀξιώματα, εἴπερ ἀπὸ τῶν τελευταίων αὐτὰ δι' ἐπαγωγῆς ἡμεῖς ὑφίσταμεν οὐκ ὄντα πρότερον;

¿Pero debemos hacer los medios de la demostración separables por un lado, pero conceptos de origen posterior y carentes de substancia por el otro, como el concepto de hombre que deriva su existencia en nuestra imaginación u opiniones a partir de la abstracción de los sensibles? Pero en este caso nuevamente las demostraciones se derivan no de seres anteriores ni de causas, sino de seres posteriores y efectos, y además, resultará que llegaremos a conocer seres a partir de no-seres, que son de todas las cosas las menos racionales" (In Metaph. 161.24-29).[96]

Otra de las críticas a la abstracción aparecerá en el *In Parm.* 894.3-18, 985.4-29, 981.30., en donde Proclo y su maestro Siriano *In Metaph.* 161.15-18 argumentarán que un concepto universal derivado de la sensación por vía de la abstracción será una predicación deficiente, puesto que no tomará en cuenta a todo el individuo. Con el caso de la teoría de la colección, en cambio, Proclo tornará hacia la imposibilidad de adquirir conceptos universales, es decir, conclusiones de la ciencia matemática a partir de proposiciones particulares, pues la colección afirma que el alma es capaz de adquirir a partir de premisas particulares, esto es, el cuadrado o el triángulo o la figura que sea en los cuerpos sensibles, a través de demostraciones particulares, conclusiones de orden universal. Por lo que, según Proclo, la colección falla al omitir la regla aristotélica que nos impide obtener conclusiones universales a partir de premisas particulares (*In Eucl.* 14.15-20).

Por último, en el caso del argumento de subordinación ontológica, Proclo apelará a la prioridad del Alma sobre el Cuerpo. MacIsaac (2001) señalará que este argumento carece de una argumentación adecuada, pues parece que el auditorio de Proclo entendía perfectamente las premisas que llevaban a la conclusión, la razón que da para esto se debe al rechazo por parte de Proclo para dar una argumentación completa: "es superfluo el refutar esta doctrina, que ha sido recurrentemente traída a cuento" (*In Eucl.* 15.14-15). Esta doctrina supondría que, si el alma tuviera que derivar sus nociones de los objetos de la sensación, ésta sería

[96] ἀλλὰ χωριστὰ μὲν ποιήσομεν τὰ δι' ὧν αἱ ἀποδείξεις, ὑστερογενῆ δὲ καὶ ἀνούσια, ὥσπερ ὁ κατ' ἐπίνοιαν ἄνθρωπος ἐξ ἀφαιρέσεως τῶν αἰσθητῶν ἐν ταῖς φαντασίαις ἡμῶν ἢ ταῖς δόξαις τὴν ὑπόστασιν εἰληφώς; ἀλλ' οὕτω πάλιν οὔτε ἐκ προτέρων οὔτε ἐξ αἰτίων αἱ ἀποδείξεις ἔσονται, ἐξ ὑστέρων δὲ καὶ αἰτιατῶν, καὶ ἔτι διὰ τῶν μὴ ὄντων τὰ ὄντα γνωριοῦμεν, ὃ πάντων ἐστὶν ἀλογώτατον.

inferior a la materia. Pues el alma poseería únicamente “imágenes” y “semejanzas de origen posterior” secundarias.

La razón se debe a que si los *logoi* y *eidos* que se encuentran en la materia son primarios a los que se encuentran en el alma, y si el alma los obtiene de manera derivada, entonces los *logoi* y *eidos* se encontrarían naturalmente en la materia. Lo que supondría que estas cuando se encuentran en el alma y separadas de la materia serían *logoi* y *eidos* incompletas, e inferiores en naturaleza, lo cual sería contradictorio con lo que dice Proclo (*In Eucl.* 15.5-14.). Quedando según MacIsaac lo siguiente: “Soul’s superiority to Body is contradicted by the theory that mathematical logoi are derived from sensation. So mathematical logoi cannot be derived from sensation” (MacIsaac 2001 pp.40). Este argumento únicamente nos sirve, como advierte MacIsaac, si aceptamos de antemano que el Alma es superior al Cuerpo, y en donde el Alma es el paradigma del Cuerpo, y el Cuerpo imagen del Alma.

5. La división de las proposiciones según Proclo

La división de las proposiciones según Proclo consiste en seis partes: enunciación -πρότασις-, exposición -ἒκθεσις-, especificación -διορισμός-, construcción -κατασκευή-, prueba -ἀπόδειξις- y conclusión -συμπέρασμα-, las cuales explicará a lo largo de 203.1 hasta 207.25. Cabe destacarse que la estructura de las proposiciones no es tan rígida como sugiere Proclo, por lo que no en todos los casos esta división en seis partes se cumple al pie de la letra, esto llevará a Netz a suponer dos cosas: primero que la división de las proposiciones se aplicó posteriormente a los *Elementos de Geometría*, y es propia de Proclo; y que este convencionalismo es el resultado de una imposición a un patrón cambiante, es decir, que Euclides no había pensado en una estructura tan rígida como la que Proclo propone durante *In Eucl.* (Netz 1999B). Durante esta sección describiré las partes en las que se dividen las proposiciones tomando la proposición I.1, la razón de ello se debe a que no sigue al pie de la letra dicha división, lo que me permitirá señalizar cuándo y por qué no lo hace, con el fin de mostrar la tesis de Netz previamente mencionada.

Teorema I.1

Προτασις "*Dada una recta delimitada construir sobre ella un triángulo equilátero".*

Ἔκθεσις "*La recta delimitada dada sea* $\overline{\mathrm{AB}}$",

Διορισμός "*hay que construir sobre la recta* $\overline{AB}$ *un triángulo equilátero".*

Κατασκευή "*Con centro en* Α *y con el radio* ΑΒ *descríbase un círculo* ΒΓΔ; *y de nuevo con centro en* Β *y con radio en* ΒΑ *descríbase el círculo* ΑΓΕ; *y desde el punto* Γ, *en que se cortan uno a otro tales círculos, trácense hasta los puntos* Α, Β *las rectas* $\overline{\Gamma\mathrm{A}}$ *y* $\overline{\Gamma\mathrm{B}}$".

Ἀπόδειξις "*Y puesto que el punto* Α *es centro del círculo* ΓΔΒ, *la recta* $\overline{\mathrm{A}\Gamma}$ es igual a la $\overline{\mathrm{AB}}$, *y de nuevo, puesto que el punto* Β *es el centro del círculo* ΓΑΕ, *la recta* $\overline{\mathrm{B}\Gamma}$ *es igual a* $\overline{\mathrm{BA}}$. *Pero se demostró también que la* $\overline{\Gamma\mathrm{A}}$ *es igual a la* $\overline{AB}$. *Por tanto, cada una de las rectas* $\overline{\Gamma\mathrm{A}}$ *y* $\overline{\Gamma\mathrm{B}}$ *es igual a la* $\overline{\mathrm{AB}}$. *Mas cosas iguales a una y la misma son también iguales entre sí, luego* $\overline{\Gamma\mathrm{A}}$ *será igual a la* $\overline{\Gamma\mathrm{B}}$. *Por tanto: las rectas* $\overline{\Gamma\mathrm{A}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BG}}$ *son iguales entre sí".*

Συμπέρασμα "*Según esto, pues, el triángulo* ΑΓΒ *es equilátero y está además construido sobre la recta delimitada dada* $\overline{\mathrm{AB}}$, *que es lo que se debía hacer"*.

Como podemos ver, la enunciación posee una estructura binaria '*indica lo que se da y lo que se busca a partir de ello*' (203.6), es decir, que indica una condición y a partir de ella se busca un resultado que se siga de dicha condición. En el caso de la proposición I.1 las partes de la enunciación son; la condición '*Dada una recta delimitada*' y lo que se sigue de la condición '*construir sobre ella un triángulo equilátero*'. Durante la exposición se indica una condición particular, mientras que durante especificación indica un resultado particular. A continuación, y a partir de la exposición se requiere de una construcción que permita la demostración. Es decir, que añada algo -lo que le falta a lo que se da- para clarificarlo (*In Eucl*.203.10-12), es decir los círculos ΑΕΓ y ΒΓΔ y las rectas $\mathrm{A}\Gamma$ y $\overline{\mathrm{B}\Gamma}$. A partir de esto se dará la prueba, que es un argumento sustentado acerca de los objetos particulares del diagrama, que dará como resultado lo que se indicó durante la especificación. Por último, la conclusión, que únicamente repite lo que se dijo durante la enunciación, agregándole los términos '*por lo tanto'* y '*que es lo que se debía hacer*'. Hay que destacar que esta división posee formalmente la siguiente estructura: *enunciación* C(x) → P(x), en donde C( ) es '*esto que se hace*' y P( ) es '*esto que será verdad'*, de la que se seguirá la exposición C(a), donde *x* es un objeto general, y *a* es un objeto particular, es decir, que durante la exposición se hará particular la condición de la enunciación. Mientras que en la especificación P(a) aparecerá por segunda vez lo que se busca demostrar, en este caso, de manera específica. Después sigue la unidad compuesta por la construcción y la prueba; donde la primera presenta la 'construcción' que permite la demostración, y la cual como habíamos visto depende de la consideración particular de los objetos matemáticos en su materialidad; mientras que la segunda opera con una estructura formal de predicados, es decir, el proceso deductivo. En donde, construcción y prueba C(b),…, C(n), P(b),…, P(a), y en donde, como vemos, se repite por tercera vez lo que se busca demostrar. Y por último, en la conclusión se repetirá la misma fórmula que en la enunciación: C(x) → P(x) (Netz 1999B p.254).

El problema de la demostración geométrica, más allá de la división de las proposiciones se debe, como lo mencionan tanto Mueller (1981 p.13) como Netz (1999 p. 285; 1999B p.252) al uso de una proposición particular P(a) para demostrar una proposición general P(x). Pues como vemos en esta estructura tanto la enunciación como la conclusión tienen la fórmula C(x) → P(x); es decir, '*esto que se hace*' implica '*esto que será verdad'*, y en donde la única diferencia ocurre durante la conclusión con la introducción de la fórmula '*por lo tanto'*. En cambio, durante el cuerpo de la proposición, esto es, a partir de la exposición hasta la prueba, la estructura se basa en la presentación que busca reformular la implicación C(x) → P(x) mediante la instanciación particular la fórmula de la construcción C(a) y la fórmula del predicado P(a), en donde, C(a) → P(a). Para Mueller este problema del cual parece que ningún matemático griego dio razón alguna, se hace latente por la repetición constante de la fórmula P(n) a lo largo de la proposición.[97] Por lo que, según él, lo que hará que un argumento particular sea *plausible* para ellos será la insistencia de que la prueba de un caso particular cuenta para probar una proposición general (Mueller p.14). Este mismo argumento lo explicitará Netz (1999B p.255), quien explicará que P(a) en la especificación es lo que la construcción y la demostración buscan probar, y a partir de ello podemos admitir que es probable que P(a) sea probado a través de C(a). Por lo que este proceso permite dos cosas: a) prueba P(a) y prueba la existencia de una prueba para P(a) a partir de C(a), lo que significará que al menos es probable admitir C(x) → P(x).

La razón de esto se debe, según él, a que C(a) se afirma durante la exposición, e inmediatamente después P(a) afirma la posibilidad de P(a). mientras que la construcción y demostración sirven para probar la afirmación de P(a) de la especificación, es decir, buscan mostrar que P(a) es de hecho verdadero. Que en ambos autores, tanto Mueller como Netz, se permita afirmar que una instancia particular de prueba a una conclusión general, se debe a la necesidad que se sigue de la repetitividad en cualquier instancia en donde se respete la fórmula C(n) → P(n). En donde es interesante ver, en el caso de Mueller, como la introducción de la 'inteligencia matemática' le permitirá a Euclides producir los objetos requeridos para la prueba. Esta tesis; que sostiene que la existencia de los objetos no surge de los axiomas, sino de la construcción de otros objetos en relación con los objetos dados y entre ellos (Mueller 1981 p.16), nos permite comprender mejor aquella expuesta en el segundo capítulo de esta investigación, en donde para la comprensión de los objetos matemáticos es necesaria su construcción en la imaginación, y en donde, aun cuando dichos objetos sean instancias particulares, es decir, este o aquel cuadrado, etc.; aun así los entendemos no como un particular, sino como una instancia de un universal, que lo representa y que, tomando cualquier instancia nos permitirá obtener la misma comprehensión del universal.

[97] Para Mueller la repetición de P(n) se da en tres ocasiones, durante la enunciación, durante el proceso de explicación y especificación, y por último, durante la conclusión. Para Netz en cambio aparecerá durante cuatro ocasiones, agregando el paso de la construcción-prueba.

5.1 Analogía como principio de la definición en la geometría

A lo largo de *In Eucl.* Proclo utilizará el término hipótesis de diversas maneras, en primer lugar, la utilizará para distinguir a la dialéctica del resto de las ciencias, en donde al primero lo llama no-hipotético, y las demás ocasiones como hipotéticas (*In Eucl.* 9.26; 11.8; 11.22; 19.9; 27.1; 31.14; 31.19; 57.19; 75.7),[98] en segundo lugar, como definición (*In Eucl.* 76.5; 76.8; 76.15; 178.2; 178.7); especialmente *In Eucl.* 75.7-8: "*Decimos que, dado que la ciencia de la geometría se establece a partir de hipótesis y prueba sus proposiciones siguientes a partir de primeros principios determinados".*[99] En donde podemos ver que existe una estrecha relación entre los términos hipótesis y definición, e inclusive se puede afirmar que la ciencia geométrica, como el resto de las ciencias hipotéticas lo son porque comienzan con principios que son determinados (MacIsaac 2014 p. 54). Según MacIsaac para que esto pueda ser comprendido, es decir, que las ciencias hipotéticas lo son porque parten de principios determinados debemos referirnos a su doctrina de analogía, en la cual, como hemos visto, podemos darnos cuenta del modo de expresión de las formas a través de las diversas instancias de una misma serie, según el modo de existir apropiado de cada realidad.[100] Como se puede ver en su obra (*In Eucl.* 85-177), Proclo dedicará gran parte de su trabajo en exponer las contrapartes de cada objeto matemático, ya sea que ocurra en el Intelecto o en el reino de lo sensible. Lo relevante de dicha discusión se establece en el siguiente pasaje: "*Consecuentemente todos los límites están en todos sitios, y cada uno aparece en el modo de su propio orden, su aparición varía de acuerdo con el poder que prevalece en ellos"* (*In Eucl.* 92.16-).[101] Como hemos visto a lo largo de este estudio, las distintas manifestaciones del mismo carácter (ἰδιοτής) que se expresan a partir de la participación en múltiples instancias difieren entre sí, cualitativamente, por la

---

[98] Cf. sección 1 de este mismo capítulo.

[99] ἐπειδὴ τὴν ἐπιστήμην ταύτην τὴν γεωμετρίαν ἐξ ὑποθέσεως εἶναί φαμεν καὶ ἀπὸ ἀρχῶν ὡρισμένων τὰ ἐφεξῆς ἀποδεικνύναι.

[100] Sobre la doctrina de la analogía en Proclo cf. sección 3 de este mismo capítulo; Martijn 2010 y; MacIsaac 2007.

[101] πάντα ἄρα πανταχοῦ καὶ ἕκαστα κατὰ τὴν οἰκεῖαν τάξιν ἐκφαίνεται καὶ ἡ ἐξαλλαγὴ παρὰ τὴν ἐπικρατοῦσαν δύναμιν.

aptitud (ἐπιτηδειότης) de la materia que los recibe.[102] Lo que esto significará es que los objetos de las ciencias hipotéticas no solamente difieren por el grado ontológico que poseen, sino que el método de cada ciencia delimita su estudio a un aspecto específico de la serie.

El acto de delimitar (ὁρίζω), entonces, servirá para establecer los límites de la investigación, esto es, responder al ¿qué es? (τι ἐστί) de la investigación geométrica (*In Eucl.* 201.15-202.8). La idea fundamental de la definición posee la función de límite que encierra a un objeto (MacIsaac 2014 p. 58). Lo importante aquí es reconocer que para Proclo la función de los límites permite que el objeto no solo sea delimitado en un sentido estructural, es decir, que el término ὂρος como "*límite de algo*" posee un valor analógico como determinación o definición de un objeto inteligible o material, a partir del cual podemos pensar en los límites de un objeto geométrico (MacIsaac 2014 p- 59). Como prueba de esto podemos comparar los siguientes dos pasajes:

> *El término confín no debe aplicarse a cada magnitud -pues también hay un confín y un límite de la línea- sino a las áreas dentro de las superficies y los sólidos. Ahora, él llama confín a la delimitación que demarca cada área, y es definido como un límite en este sentido, no como el punto que se dice de la línea, sino a aquello que encierra y distingue a lo que yace alrededor de éste* (*In Eucl*. 136.1-7). [103]

> *Todo lo que posee materia, sea inteligible o sensible, posee un confín que se genera fuera de sí mismo, y no es él mismo límite, sino limitado. No es su propio confín, porque eso que limita es distinto a aquello que es limitado, y no está en él, pero es contenido por él* (*In Eucl.* 142.15).[104]

---

[102] Cf. sección 3.2 del capítulo 2 de esta investigación.
[103] Τὸν ὅρον οὐ πρὸς πάντα ἀναφέρειν δεῖ τὰ μεγέθη καὶ γὰρ γραμμῆς ὅρος ἐστὶ καὶ πέρας – ἀλλὰ πρὸς τὰ χωρία τὰ ἐν ἐπιφανείαις καὶ τὰ στερεά. νῦν γὰρ ὅρον καλεῖ τὴν περιοχὴν τὴν ἀφορίζουσαν ἕκαστον χωρίον, καὶ πέρας ἀφορίζεται τοῦτον τὸν τρόπον οὐχ ὡς τὸ σημεῖον λέγεται πέρας γραμμῆς,
[104] πᾶν γὰρ τὸ ὕλην ἔχον ἢ νοητὴν ἢ αἰσθητὴν ἀλλαχόθεν ἔχει τὸν ὅρον καὶ οὐκ αὐτὸ πέρας ἐστίν, ἀλλὰ πεπερασμένον, οὐ δὲ ἑαυτοῦ ὅρος, ἀλλ' ἄλλο μὲν ἐν αὐτῷ τὸ ὁρίζον, ἄλλο δὲ τὸ ὁριζόμενον, οὐδὲ ἐν αὐτῷ ἐστιν, ἀλλὰ ὑπ' αὐτοῦ περιέχεται.

Por lo que la figura, siguiendo este pasaje es una instancia particular de limitación, en donde la materia de la figura es definida por las líneas y planos que son su confín. Dado esto, podemos decir que sin dichos límites las cosas serían ilimitadas y, por lo tanto, no solo serían incognoscibles sino también perderían el poder de ser algo particular.[105]

Los principios de la geometría -axiomas, postulados e hipótesis- como definiciones no solo fungen dentro de esta ciencia como los principios a partir de los cuales se desarrolla la misma, sino que, a su vez, gracias a la analogía, permiten entrelazar los distintos niveles de realidad, refiriendo en cada instancia a un nivel superior e inferior según sea el caso. Se puede decir de esto que los objetos de la geometría existen de diversos modos a lo largo de la jerarquía procleana (*In Eucl.* 115.10-19); en donde un objeto en los niveles inferiores recibe sus límites de los niveles superiores, convirtiéndose en imágenes de éstos por reflejar el proceso de permanencia, procesión y reversión (*In Eucl.* 101.2-102.2). Y que esta definición, es decir, la imposición de límites de un nivel superior a uno inferior le provee al segundo con las reglas necesarias para su operación. Es decir, que en el caso de la geometría los niveles superiores, como por ejemplo la aritmética cara a esta ciencia le otorgará la regla para la substracción o adición de iguales (*In Eucl.* 48.9-15).

Esto mismo se puede ver también durante el estudio MacIsaac, en donde tratará de mostrar cómo es posible que el geómetra conozca y desconozca sus principios. Como hemos visto hasta ahora, la razón por la cual los geómetras, y en general cualquier persona que realice la actividad de una ciencia hipotética, desconoce sus principios puesto que no dará cuenta de los niveles superiores que delimitan a su objeto, esto es, que el geómetra, en este caso, no tendrá interés en demostrar el Límite y lo Ilimitado como principios de su ciencia, sino que ignorando a éstos como principios, partirá de la definición impuesta por estos a sus objetos: el punto, la línea, el plano y la figura. Pues como podemos ver en *In Eucl.* 31.14-22:

[105] Cf. *ET* prop. 93-96 sobre el Límite y lo Ilimitado y la configuración de los seres a partir de estos principios, también cf. *In Eucl.* 5-7 sobre el Límite y lo Ilimitado como principios de las matemáticas.

La ciencia no-hipotética de todas las cosas se eleva hacia el Bien, hacia la causa superior a todas las demás, haciendo del Bien la meta de su ascenso, pero aquello que muestra lo que se sigue de determinados puntos de partida se mueve no hacia un principio, sino hacia una conclusión. En este sentido, entonces, él dice, dado que las matemáticas usan hipótesis, se queda corto cara a la ciencia no-hipotética y perfecta.[106]

Gracias a este pasaje, podremos afirmar que para Proclo el término hipótesis significa aquello que es utilizado como el principio de la demostración, pero que carece de Intelecto (MacIsaac 2014 p. 69), en donde, por un lado, el geómetra limitará su investigación a un sector específico de la realidad, tomando como hipótesis, es decir, como su punto de partida, a un conjunto particular de seres del tipo de realidad que escoge (MacIsaac 2014 p. 70). Y es a partir de ellos que la actividad de dicha ciencia hipotética se desarrolla, a partir de la definición, o limitación, de los seres que desea observar. En donde “hipotético” indica la restricción de la atención en la actividad científica, es decir, la imposición de fronteras dentro de la investigación. En este sentido, gracias a la elección del ámbito que se desea investigar, es que es posible la definición. Por lo que, por ejemplo, la exposición y la especificación no serán términos azarosos o ambiguos, sino que como objetos geométricos cada uno de ellos, nos permiten delimitar el procedimiento que se va a realizar.

Conclusión

Similar al problema del primer capítulo, también aquí nos encontramos con dos posturas opuestas.[107] Por un lado, tenemos la lectura de John Dillon que sostiene que tanto la dialéctica como las matemáticas son capaces de aproximarnos al

[106] τὴν μὲν ἀνυπόθετον τῶν ὅλων εἶναι γνωστικὴν μέχρι τοῦ ἀγαθοῦ καὶ τῆς ἀνωτάτω τῶν πάντων αἰτίας ἀναβαίνουσαν καὶ τῆς ἀναγωγῆς τέλος ποιουμένην τὸ ἀγαθόν, τὴν δὲ ὡρισμένας ἀρχὰς προστησαμένην ἀπὸ τούτων δεικνύναι τὰ ἑπόμενα αὐταῖς οὐκ ἐπ' ἀρχὴν ἀλλ' ἐπὶ τελευτὴν ἰοῦσαν. καὶ οὕτως δὴ τὴν μαθηματικὴν ἅτε ὑποθέσεσιν χρωμένην τῆς ἀνυποθέτου καὶ τελείας ἐπιστήμης ἀπολείπεσθαί φησιν.
[107] Estas son las posturas de Hugh Benson, por un lado; y la de Reviel Netz, por el otro.

conocimiento de las Formas; por lo que la carencia de las matemáticas cara a la dialéctica sería solamente algo aparente. Y por el otro lado, la postura de autores como MacIsaac, Harari o Reviel Netz, quienes mantienen que cada ciencia posee un objeto propio y por lo tanto las matemáticas serán incapaces de otorgarnos acceso a las Formas como es el caso de la dialéctica. Tomando como base la explicación de Dominic O´Meara sobre la relación entre la dialéctica y las matemáticas podemos constatar que existen dos planteamientos dentro de la doctrina de Proclo que son responsables de la tensión aquí presentada, a saber: a) que tanto la dialéctica, si entendemos los *Elementos de teología* como una obra con tal enfoque, como los *Elementos de geometría de Euclides* poseen cierto parecido formal, es decir, que en ambos casos "parece" que encontramos la misma estructura explicativa. De lo más simple hasta lo más complejo, y en donde las proposiciones anteriores son necesarias para la comprehensión de las proposiciones posteriores. Y b) que ambas -dialéctica y matemáticas- tienen por objeto a las Formas, o que al menos, de acuerdo con la postura de Dillon, las matemáticas podrían tener como objeto a dichas Formas, aún más, de acuerdo con lo visto con MacIsaac y siguiendo la lectura del *Comentario al primer libro de Euclides* las matemáticas deben sus principios a lo que se sigue de la dialéctica.

Si bien no vale la pena reensayar los argumentos presentados durante éste y el capítulo anterior acerca de los puntos aquí mencionados, sí es necesario presentar nuevamente las conclusiones que a mi parecer permiten decantarnos por la segunda interpretación, a saber, que las matemáticas son deficientes cara a la dialéctica y que, por lo tanto, no tienen el mismo objeto. Sobre el primer punto, existen al menos dos obras de Proclo que tenemos que considerar dialécticas, a saber, *Los elementos de teología* y *El comentario al Parménides*, obviamente ambos libros proceden de manera totalmente distinta, mientras que uno es un trabajo filosófico que pretende enseñarnos el pensamiento de Platón a partir de una interpretación, el otro nos muestra el orden general de la teología neoplatónica desde el Uno hasta el Alma. En ambos casos, hay que destacar que la finalidad de las obras es una exposición hacia dentro de la escuela. Esto es, que tanto el *comentario* como los *elementos* poseen una función pedagógica que supone, a mi parecer, la pre-comprensión por parte del autor sobre lo expuesto. En los *elementos* la exposición es resultado de una investigación previa (cosa que puede mostrarse por ejemplo en la primera proposición pues ahí presenta dos de los cinco argumentos sobre la participación de los seres en la unidad presentados en el *Comentario al Parménides*) en donde se presenta a partir de proposiciones la teología neoplatónica, mientras que en el *comentario* Proclo trata de explicar qué es lo que Platón quería enseñarnos durante el *diálogo*, pues aunque sea superficial decirlo, una de las labores principales durante esta etapa de la filosofía era la de explicar lo que filósofos anteriores habían dicho, no para demostrar su verdad o falsedad, especialmente en el caso de Platón, sino para hacer entendible la verdad que ellos dijeron.

Por lo que no poseemos en ninguno de los dos casos una 'práctica' dialéctica como en los *Elementos de geometría* de Euclides, en donde sí poseemos una 'práctica' geométrica. Considerando el *Comentario al Parménides* es evidente que no habrá parecido de familia entre los *elementos* de Euclides y esta obra. Pero tampoco lo hay en el caso de ambos *elementos* -el de teología y el de geometría- en primer lugar, porque la obra de Euclides se presenta como un texto en el cual el lector activamente debe realizar cada proposición, no solo aprendérselas o entenderlas, esto es claro por el carácter instructivo en el que se presenta, donde Euclides nos manda a trazar, a dibujar, etc., en cambio, en los *Elementos de Teología* se presentan las proposiciones en donde se pretende una secuencia lógica y además una breve exposición que explique dichas proposiciones, más no encontramos dicho carácter instructivo. En este sentido, el único parecido de familia entre los *elementos* -tanto de geometría como de teología- es el carácter deductivo de ambos, en el cual, si bien los dos la poseen, eso se deberá a que ambos son ciencias y no a que posean el mismo objeto.

El segundo punto, esto es, que las matemáticas y dialéctica no poseen los mismos objetos, además de lo anterior se debe también al método propiamente dicho, ya que en el argumento anterior se mostró esto a partir de la *forma* de ambas ciencias. Como hemos visto, las matemáticas parten de las hipótesis hasta llegar a una conclusión, en donde dichas hipótesis carecen de revisión, sin que por ello las matemáticas dejen de ser una ciencia. Esto no significará, como sugiere Dillon, que las matemáticas tengan la posibilidad de revisar dichas hipótesis hasta elevarse hacia sus principios, es decir, las Formas. Como vimos, el orden ontológico en Proclo posee varios niveles en constante relación que no por ello se confunden uno con otro, por lo que, en primer lugar, deberán de existir tantos modos de entendimiento como existen niveles. En segundo lugar, las matemáticas, y en específico la geometría, harán uso de la razón discursiva a partir de las razones discursivas en el alma, es decir, que no se encargarán de hacerlas patentes, como en el caso de la dialéctica, sino demostrar qué es lo que de ellas se sigue en su nivel correspondiente, este es, el Alma.

Conclusiones generales

Si bien la investigación presente no pretende más que mostrar las características generales de la filosofía de las matemáticas, y en específico de la geometría en Proclo, ha quedado patente que esta doctrina presenta una respuesta que recupera el pensamiento de sus antecesores para resolver los problemas principales de la fundamentación de las matemáticas. Durante esta exposición, por lo tanto, se ha de notar cómo para Proclo el problema de la fundamentación de las matemáticas no es un problema meta-matemático, es decir, que concierna únicamente a quienes realizan esta actividad; sino que al tomar en cuenta la cuestión matemática sobre sus principios como una cuestión que le pertenece a la filosofía, es capaz de desarrollar una teoría que le permite reconocer las aportaciones que tanto Platón como Aristóteles realizaron sobre el tema. Esto, sin embargo, no es algo extraño, puesto que durante el neoplatonismo la actividad más practicada en filosofía es la de producir comentarios, debido a que se pensaba que en el platonismo ya se había establecido toda la doctrina gracias, principalmente, a Platón y Aristóteles. Sin embargo, se debe remarcar el valor de la obra de Proclo, pues es la única obra de filosofía de las matemáticas que tenemos, y además de gran valor por el cuidado y la atención en distinguir entre la práctica matemática, especialmente en geometría, y la filosófica. Retomando el punto principal, hemos visto a lo largo de la investigación como Proclo recupera lo pasajes de *República* VI desarrollando su doctrina en torno al símil de la línea dividida. Este desarrollo, no obstante, estaría incompleto si no fuera por las aportaciones de Aristóteles, pues como hemos visto Proclo toma de él varios conceptos que, una vez *neoplatonizados*, le permiten describir con mayor detalle lo que quiso decir Platón; ejemplos de ello son, por mencionar algunos, la imaginación como νοῦς παθητικόν, la materia inteligible. Por otro lado, también es importante reconocer el rechazo de algunas doctrinas aristotélicas, principalmente la inducción y la teoría de la definición del compuesto, por encontrarse en desacuerdo con el platonismo.

Este punto es esencial en la discusión académica contemporánea, en donde encontramos en uno de los estudios más relevantes del neoplatonismo cierto desacuerdo. Como ya mencioné al inicio, existen autores como Christoph Helmig que tratarán de mostrar a partir de esto cómo Proclo utiliza a Aristóteles en contra de Aristóteles, es decir, que la recuperación de la doctrina aristotélica no tiene como finalidad armonizar a Aristóteles con el platonismo, sino que, por el contrario, busca mostrar cómo autores neoplatónicos como Proclo rechazan la doctrina hilemorfista y sus consecuentas por ser incompatibles con la doctrina de Platón. Helmig, además, mostrará cómo la adquisición del conocimiento en Aristóteles como una *tabula rasa* no puede ser armonizada con la doctrina de la reminiscencia que pernea toda la epistemología de Proclo. En cambio, autores como Gerson tratan de demostrar que Aristóteles y Platón fueron considerados por el neoplatonismo como platonistas, es decir, que ambos autores poseían una misma serie de principios a partir de los cuales construyeron su filosofía. Por lo que las diferencias que se puedan encontrar entre ellos no minarán los principios que se encuentran presentes en ambos filósofos. Esta postura tratará de presentar el neoplatonismo como una sucesión del platonismo, en la cual no existía para los neoplatónicos una disensión entre Platón y Aristóteles, sino un acuerdo de fondo. Este acuerdo, es decir, estos principios comunes que debían ser explicitados eran para los neoplatónicos posibilitados a través del estudio coordinado entre Platón y Aristóteles. Estudio que mostrará más en su conjunto sobre lo que es el platonismo que el estudio independiente de uno y otro.

Por otra parte, sobre *In Eucl*. hay que destacar el valor para la historia de la filosofía y de las matemáticas; pues esta obra ha sido estudiada por ambos grupos académicos, en el caso de la historia de las matemáticas y filosofía de las matemáticas, podemos ver, en primer lugar, el gran interés que mostró Proclo por crear un comentario *sui generis* al resto de los comentarios sobre los *elementos de geometría* de Euclides. Esto se debe al reconocimiento por parte del diádoco de la existencia y el valor de otros comentarios que explican esta obra sobre la geometría, y consciente de ello se propone a desarrollar un tratado que explique aquello que los demás no han explicado, esto es, la inserción de la geometría y las matemáticas en el ámbito del conocimiento humano. Esta inserción que podemos ver a lo largo del primer prólogo al *In Eucl*. se hará patente principalmente al momento de explicar su función para el alma humana; puesto que tendrá como su objeto a los principios racionales οὐσιώδης τῶν λόγων, el matemático no hará sino reconocer estos contenidos como propios de su alma, y por lo tanto se elevará desde el ámbito de la materia sensible hacia el Alma, encontrándose a un paso del Intelecto. Según Proclo, las matemáticas serán la vía necesaria para el acceso a la dialéctica que en última instancia nos permitirá conocer a toda la realidad como una procesión de series ordenadas que se enraízan en el Uno. Sin embargo, hay que ser precavidos de no sobrepasar los límites del conocimiento matemático, puesto que en lecturas como la de Dillon encontraremos que las matemáticas son independientes de la dialéctica y poseen el mismo grado de acceso al Intelecto. Si bien como hemos visto las matemáticas son independientes de la dialéctica -aun cuando Proclo asuma que la segunda le dona su método y sus conclusiones a la primera, eso no querrá decir, como vimos en el tercer capítulo, que para conocer los principios matemáticos debamos conocer primero las conclusiones de la dialéctica- esto no significará que tenga el mismo modo de acceso, ni que accedan a lo mismo.

Como ya se explicó, las matemáticas toman hipótesis como sus principios, y tales hipótesis han de ser comprendidas como ‘lo que se da’ es decir como una frontera que delimita el conocimiento a partir de determinada actividad. Esto implica que tal frontera presupone que existe algo afuera de los límites impuestos, pero ello no es de interés para dicha actividad; en geometría como ya se vio, el estudio del punto, por ejemplo, únicamente se realizará a partir de la hipótesis del punto como objeto geométrico, dejando de lado al punto considerado en los cuerpos sensibles, como centro del mundo, etc. Esta propiedad de las matemáticas como hipotéticas se encontrará en oposición directa con la lectura de Dillon, ya que no la tomará en cuenta durante su argumentación, es decir, si bien las matemáticas son independientes de la dialéctica, esto se debe a la propiedad hipotética que poseen, misma propiedad que restringe su estudio a un ámbito específico de la realidad y no al estudio de las series ordenadas en su totalidad. Esto es, mientras que el dialéctico estudia las series ordenadas en su totalidad, el matemático únicamente estudia una porción determinada de la serie, sin dar cuenta del orden ni la posición de esa porción dentro de la serie completa. En conclusión, para la filosofía *In Eucl.*

nos permitirá ver el desarrollo de la ontología de Proclo a través de su procesión, es decir, las consecuencias que se siguen de la teología de Proclo a través de los diversos reinos de la realidad, en donde las formas se expresarán de varios modos en su camino de descenso, mostrando, por un lado, la dependencia con los órdenes superiores, y por el otro, la estabilidad en la generación de los órdenes inferiores. Matemáticamente, en cambio, Proclo dará una respuesta al problema del fundamento de las matemáticas mediante el engarce de éste con la ontología, encontrando como principio de las matemáticas a una realidad superior que las contiene y permite su expresión, sin que por ello se confunda la actividad ni los objetos entre sí.

Esto último es de gran interés para la filosofía de las matemáticas, pues presenta un modelo distinto al *platonismo* o al *logicismo* que explica la naturaleza de los objetos matemáticos como una construcción de objetos a partir de contenidos innatos en la mente. Si bien no pretendo desarrollar una comparación entre ellos, ni tampoco argumentar el valor de uno sobre el otro. Es importante notar cómo este problema, que usualmente se sitúa en los siglos XIX y XX, ya aparece en la antigüedad. La explicación de Proclo es notable cara a los problemas que presenta el método deductivo dentro de la actividad geométrica, por ejemplo, en Aristóteles. En donde, como ya hemos dicho, la definición de los objetos geométricos no da cuenta de su materialidad, tomando en cuenta únicamente la forma de éstos. Lo que impediría la instanciación de dichos objetos y, por lo tanto, la construcción de los mismos. Cara a la doctrina de Aristóteles, la doctrina de Proclo nos permitirá la instanciación de los objetos geométricos a partir de la facultad de la imaginación, la cual por sus propiedades permitirá la presentación de objetos cuya materialidad permite la construcción durante la demostración geométrica, construcción que ni en Platón ni en Aristóteles era considerada como parte vital de la actividad geométrica y en donde únicamente funge como un apoyo pedagógico para dicha práctica. Sin embargo, como se ha resaltado a lo largo de los capítulos dos y tres de este trabajo, el que la construcción de los objetos geométricos a lo largo de la demostración sea relevante, y en donde la materialidad de dichos objetos permita en última instancia tal construcción, representa un gran avance para tender puentes entre la epistemología y las matemáticas. La razón de ello, como se hace evidente, se debe a la capacidad de desarrollar una comprobación de las tesis epistemológicas sobre la naturaleza de la geometría y sus objetos cara a la práctica geométrica. En donde en esto último Proclo mostró ser un pensador no solo capacitado para la actividad filosófica, sino también para la matemática.

Bibliografía

- Aristotle. (1984). Complete works of Aristotle the revised oxford translation (Vol. 1, Bollingen Series LXXI 2) (J. Barnes, Trans.). Princeton Princeton University Press.
- Aristotle. (1984). Complete works of Aristotle the revised oxford translation (Vol. 2, Bollingen Series LXXI 2) (J. Barnes, Trans.). Princeton Princeton University Press.
- Platón. (2006). Diálogos República vol. 4. (Lan, C. E. Trans.). Madrid Gredos.
- Proclus (1992). Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements (Morrow, G. Trans). Priceton Priceton University Press.
- Proclus. (1973). Proclus: The Elements of Theology. (Dodds. E. R. Trans.). Oxford Clarendon Press.
- Proclus. (1971). Proclus Alcibiades I (W. O'Neill, Trans.). The Hague Martinus Nijhoff.
- Proclus. (2008). Commentary on Plato's Timaeus Book 2 Proclus on the Causes of the Cosmos and its Creation (Vol. II) (D. T. Runia & M. Share, Trans.). Cambridge Cambridge University Press.
- Proclus. (1987). Proclus' Commentary on Plato's Parmenides (G. R. Morrow & J. M. Dillon, Trans.). Princeton, NJ Princeton University Press
- Syrianus. (2008). On Aristotle metaphysics 3-4. (O'Meara, D. J. Trans.) London Duckworth.
- Syrianus. (2006). On Aristotle metaphysics 13-14 (J. M. Dillon & D. J. O'Meara, Trans.). London Bloomsbury.
- Benson. H. Plato's Philosophical method in the Republic: the Divided Line (510b-511d). En McPherran, M. L. (2010). Plato's Republic a Critical Guide. Cambridge Cambridge University Press.
- Butorac D. (2009) The wandering of the soul: Proclus and the dialectic of the "Parmenides". En Dionysius*,* Vol. XXCII. 33-54
- Butler, E. P. (2008). The Intelligible Gods in the Platonic Theology of Proclus. Methexis, XXI, 131-143.
- Butler, E. P. (2010). The Second Intelligible Triad and the Intelligible-Intellective Gods. Methexis, XXIII, 137-157.
- Butler, E. P. (2012). The Thrid Intelligible Triad and the Intellective Gods. Methexis, (XXV), 131-150.
- Claessens, G. (2011). Imagination as Self-Knowledge: Kepler on Proclus' "Commentary on the First Book of Euclid's Elements". *Early Science and Medicine,* 16(3), 179-199.
- Cleary, J. (1994). Emending Aristotle's Division of Theoretical Sciences. En The Review of Metaphysics. Vol. 48 (1). 33-70.
- Cleary, J. J., Dillon, J., O'Byrne, B., & O'Rourke, F. (2013). Studies on Plato, Aristotle and Proclus collected essays on ancient philosophy of John J. Cleary. Leiden Brill.

- Gerson, L. P. (2005). Aristotle and other Platonists. Ithaca Cornell University Press.
- Gerson, L. P. (2013). From Plato to Platonism. Ithaca Cornell University Press.
- Haas, F. A. (2011). Interpreting Aristotle's Posterior analytics in late antiquity and beyond. Leiden Brill.
- Harari, O. (2004). Knowledge and demonstration Aristotle's Posterior analytics. Dordrecht Kluwer.
- Harari, Orna. (2006). Methexis and Geometrical Reasoning in Proclus' Commentary on Euclid's Elements. En David Sedley. En Oxford Studies in Ancient Philosophy Volume XXX Summer Oxford Studies in Ancient Philosophy.
- Heath, T. L. (1981). A History of Greek Mathematics Volume 2. From Aristarchus to Diophantus. Oxford Clarendon Press.
- Helmig, C. (2007). Aristotle's Notion of Intelligible Matter. Quaestio, 7, 53-78.
- Helmig, C. (2012). Forms and concepts concept formation in the Platonic tradition. Berlin De Gruyter.
- Helmig, C. (2014). Iamblichus, Proclus and Philoponus on Parts, Capacities and ousiai of the Soul and the Notion of Life. En K. Corcilius & D. En Perler, Partitioning the soul debates from Plato to Leibniz. Berlin De Gruyer, 149-178.
- Lernould, A. (2010). Études sur lecommentaire de Proclus au premier libre des Éléments d´Euclide. Villeneuve d´Ascq Presses universitaires du Septentrion.
- Lesher, J. H. The meaning of "sapheneia" in Plato's Divided Line. En McPherran, M. L. (2010). Plato's Republic a Critical Guide. Cambridge Cambridge University Press.
- Lloyd, G. E. R. (1992). The "Meno" and the Mysteries of Mathematics. En Phronesis, vol. 37, pp. 166-183
- MacIsaac, D. G. (2001A). Phantasia between Soul and Body in Proclus' Euclid Commentary. En Dionysius, XIX, 125-136.
- MacIsaac, D. G. (2001B). The Soul and Discursive Reason in the Philosophy of Proclus. Indiana Notre Dame. Dissertation
- MacIsaac, D. G. (2011). The Nous of the Partial Soul in Proclus' Commentary on the First Alcibiades of Plato. Dionysius, XXIX, 29-60.
- MacIsaac, D. G. (2014). Geometrical First Principles in Proclus' Commentary on the First Book of Euclid's Elements. En Phronesis, 59, 44-98.
- Martijn, M. (2010). Proclus on nature philosophy of nature and its methods in Proclus' Commentary on Plato's Timaeus. Leiden Brill
- Merlan, P. (1960). From Platonism to Neoplatonism. M. Nijhoff The Hage.
- Mueller, I. (1981). Philosophy of mathematics and deductive structure in Euclid's Elements. Cambridge MIT Press.

- Mueller, I. On the Notion of a Mathematical Starting Point in Plato, Aristotle, and Euclid. En Bowen, A. C. (1991). En Science and Philosophy in Classical Greece. New York Garland.
- Mueller, I (2006). Philosophy of mathematics and deductive structure in Euclid’s elements. Mineola Dover.
- Netz, R. (1999). Proclus' Division of the Mathematical Proposition into Parts-How and Why Was it Formulated. En The Classical Quarterly Volume 49 (1).
- Netz, R. (2003). How Propositions Begin. En Hyperboreus. Vol. 9 (2). 295-317.
- Netz, R. (2003). The Shaping of Deduction in Greek Mathematics. Cambridge. Cambridge University Press.
- O´Meara, D. J. (1990). Pythagoras Revived Mathematics and Philosophy in Late Antiquity. Oxford Claredon Press.
- Saget, A. C. (1982). L'architecture du divin mathématique et philosophie chez Plotin et Proclus. Paris Les Belles Lettres.
- Siorvanes, L. (1997). Proclus neo-platonic philosophy and science. New Haven Yale University Press.